EXERCICE N°1

1. La lecture sur la figure donne :

- une latitude entre 30° N et 40° N, donc proche de 35° N,
- une longitude entre 120° E et 135° E, proche de 127° E.

2. • $23\div 2=11{,}5$: le rayon de la boule est $R=11{,}5\,cm$;

• $V_S=\frac{4}{3}\pi R^3$, donc $V_S=\frac{4}{3}\times\pi\times 11{,}5^3$, soit environ $6\,371\,cm^3$.

3. • Calculons le volume du cylindre :

- $6\div 2=3$: le rayon du cylindre est $r=3\,cm$;
- $V_C=\pi r^2 h$, donc $V_C=\pi\times 3^2\times 23$, soit environ $650\,cm^3$.

• Calculons le volume total du globe :

$V_G=V_S+V_C$, donc $V_G\approx 6371+650$, soit $V_G\approx 7021\,cm^3$.

• $\frac{V_S}{V_G}\approx\frac{6371}{7021}$, donc $\frac{V_S}{V_G}\approx 0{,}91$. Le volume de la boule de cristal représente donc bien environ 90 % du volume total du trophée, elle a raison.

EXERCICE N°2

1. Calculons la concentration moyenne en PM10 à Grenoble entre le 16 et le 25 janvier 2017 :

$$M=\frac{32+39+52+57+78+63+60+82+82+89}{10}=63{,}4\,\mu g/m^3 \text{ et } 63{,}4<72{,}5\,,$$

c'est donc Lyon qui a eu la plus forte concentration moyenne en PM10 sur cette période.

2. Calcul des étendues :

• pour Lyon : $107-22=85\,\mu g/m^3$; • pour Grenoble : $89-32=57\,\mu g/m^3$.

Lyon a eu l'étendue la plus grande, ce qui signifie que la pollution par PM10 est plus variable à Lyon qu'à Grenoble. Sans doute grâce au Mistral...

3. La médiane pour la série de mesures de Lyon est $83{,}5\,\mu g/m^3$, cela signifie que la moitié des mesures ont été supérieures ou égales à $83{,}5\,\mu g/m^3$. $83{,}5>80$, donc on peut affirmer que le seuil d'alerte de $80\,\mu g/m^3$ a été dépassé au moins 5 fois à Lyon sur cette période.

EXERCICE N°3

1. $\frac{125}{375}=\frac{1}{3}$, la probabilité qu'il écoute du rap est donc $\frac{1}{3}$.

2. $\frac{7}{15}=\frac{175}{375}$, Théo a donc 175 morceaux de rock dans son lecteur audio.

3. $\frac{7}{15}=\frac{140}{300}$ et $\frac{40}{100}=\frac{120}{300}$, donc $\frac{7}{15}>\frac{40}{100}$, c'est donc Théo qui a le plus de chances d'écouter un morceau de rock.

EXERCICE N°4

1. Dans le triangle *BCD*, rectangle en *B*, d'après la propriété directe de Pythagore, $CD^2=CB^2+BD^2$, donc $BD^2=CD^2-BD^2$, d'où $BD^2=CD^2-BD^2$.

Donc $BD^2=8{,}5^2-7{,}5^2=16\,cm^2$. D'où $BD=\sqrt{16}=4\,cm$.

2. Démontrons que les côtés de ces deux triangles sont proportionnels.

$\frac{BE}{CD}=\frac{6{,}8}{8{,}5}=\frac{4}{5}$; $\frac{BF}{CD}=\frac{6}{7{,}5}=\frac{4}{5}$; $\frac{FE}{BD}=\frac{3{,}2}{4}=\frac{4}{5}$

Les deux triangles *CBD* et *BFE* sont donc bien semblables.

3. Les triangles *CBD* et *BFE* sont semblables et *CBD* est rectangle, donc *BFE* est rectangle. Son plus long côté est [*BE*], donc *BFE* est rectangle en *F*; Donc $\widehat{BFE}$ est bien un angle droit.

On peut aussi utiliser la propriété réciproque de Pythagore.

4. Dans le triangle *BCD*, rectangle en *B*, $cos(\widehat{BCD})=7{,}5/8{,}5$, d'où $\widehat{BCD}<28{,}1\,°$. $\widehat{ACD}=\widehat{ACB}+\widehat{BCD}$, donc $\widehat{ACD}<61\,°+28{,}1\,°$, d'où $\widehat{ACD}<89{,}1\,°$

Donc $\widehat{ACD}\neq 90\,°$; $\widehat{ACD}$ n'est pas droit, et Max a tort.

EXERCICE N°5

1. $((-1)\times 4+8)\times 2=((-4)+8)\times 2=4\times 2=8$.

Si on choisit le nombre -1, le programme donne bien 8 comme résultat final.

2. $(30\div 2-8)\div 4=(15-8)\div 4=7\div 4$ Si le programme donne 30 comme résultat final, le nombre choisi au départ était $\frac{7}{4}$ (ou 1,75).

3. Développons *A* et *B* :

- $A=2(4x+8)=8x+16$,
- $B=(4+x)^2-x^2=4^2+2\times 4\times x+x^2-x^2=16+8x=8x+16$

Les deux expressions A et B sont donc bien égales pour toutes les valeurs de *x*.

4. **Affirmation 1** : fausse

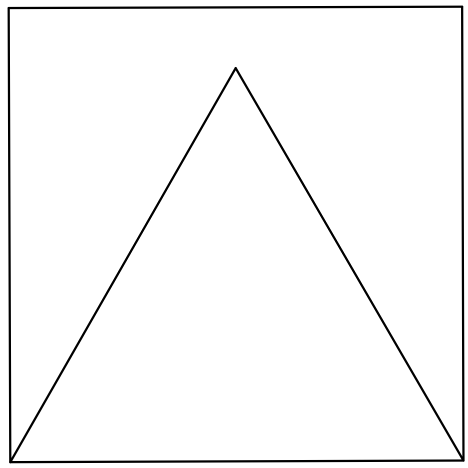
Contre-exemple : pour $x=-3$, $A=8\times(-3)+16=-24+16=-8$ et $-8<0$.

Affirmation 2 : vraie

$8x+16=8(x+2)$. Si *x* est entier, alors $x+2$ est entier, donc $8(x+2)$ est un multiple de 8.

Exercice n°6

1. **a.** La figure est la suivante :



   b. Après l'exécution de la ligne 8, les coordonnées du stylo sont (50;0).

2. "mettre longueur à 200" ou "mettre longueur à 2*Longueur/3".

3. **a.** La transformation est une homothétie dont le rapport est $\frac{2}{3}$. Le centre de l'homothétie est le milieu de la "base" du grand carré.

   b. Le rapport des aires des deux carrés est $\left(\frac{2}{3}\right)^2$, donc $\frac{4}{9}$.

Exercice n°7

1. Le temps et la vitesse de rotation ne sont pas proportionnels, car la représentation graphique ne passe pas par l'origine du repère.

2. **a.** La vitesse de rotation initiale est 20 tours par seconde.

   b. La vitesse de rotation au bout d'une 1 *min* 20 *s* est 3 tours par seconde.

   c. Le hand-spinner va s'arrêter au bout de 94 s, soit 1 *min* 34 *s*.

3. **a.** $V(30) = -0{,}214 \times 30 + 20 = 13{,}58$. Sa vitesse de rotation au bout de 30 *s* est 13,58 *tr/s*.

   b. Soit *T* le temps au bout duquel le hand-spinner va s'arrêter. alors $V(T) = 0$

   Cela donne donc l'équation $-0{,}214\,T + 20 = 0$, soit $0{,}214\,T = 20$ et donc $T = \frac{20}{0{,}214}$.

   Donc $T \approx 93{,}5\,s$. Le hand-spinner s'arrête au bout de 93,5 *s* approximativement.

   c. *V* est une fonction affine, les écarts de temps et de vitesse sont donc proportionnels.

   - Si on fait tourner le hand-spinner deux fois plus vite au départ, l'écart entre la vitesse de départ et 0 est doublé.
   - L'écart de temps entre 0 et le temps auquel le hand-spinner s'arrêtera sera donc doublé, le hand-spinner mettra donc bien deux fois plus de temps à s'arrêter.