Exercice n°1

1. Les décompositions sont les suivantes : $69=3\times 23$; $1\,150=2\times 5^2\times 23$; $4\,140=2^2\times 3^2\times 5\times 23$.

2. Le trésor doit être partagé équitablement entre tous les marins, donc chacun des nombres 69, 1 150 et 4 140 doit être un multiple du nombre de marins. Le nombre de marins est donc un diviseur commun à 69, 1 150 et 4 140.

Le nombre de marins est supposé supérieur à 1, et les décompositions du ***1.*** montrent que le seul diviseur commun à 69, 1 150 et 4 140 supérieur à 1 est 23.

Il y a donc 23 marins.

Exercice n°2

1. Dans le triangle *ADM*, rectangle en *A*, $tan\,\widehat{ADM}=\dfrac{AM}{AD}$, soit $tan\,60\,°=\dfrac{AM}{2}$.

Donc $AM=2\times tan\,60\,°$, soit $AM=2\times\sqrt{3}\approx 3{,}46\,m$.

2. la proportion de la plaque qui n'est pas utilisée correspond au rapport d'aires $\dfrac{A_{MBCN}}{A_{ABCD}}$.

Or $A_{ABCD}=AB\times AD$, $A_{MBCN}=MB\times AD$ et $MB=AB-AM$.

Donc la proportion cherchée est $\dfrac{A_{MBCN}}{A_{ABCD}}=\dfrac{MB\times AD}{AB\times AD}=\dfrac{MB}{AB}=\dfrac{AB-AM}{AB}=1-\dfrac{AM}{AB}$.

Cette proportion est donc environ $1-\dfrac{3{,}46}{4}$, soit 0,135 ou 13,5 %.

3. • *ADM* est un triangle rectangle en *A*, et $\widehat{ADM}=60\,°$, donc $\widehat{AMD}=90-\widehat{ADM}=90-60=30\,°$

• $\widehat{ADN}=90\,°$, donc $\widehat{PDN}=90-\widehat{ADM}=90-60\,°=30\,°$.

• $\widehat{DNM}=90\,°$ et *PDN* est un triangle rectangle en *P*, donc $\widehat{PNM}=90-\widehat{PND}=90-\left(90-\widehat{PDN}\right)=30\,°$.

Ces triangles ont chacun un angle droit et un angle de 30°, ils sont donc semblables.

4. Le coefficient d'agrandissement pour passer du triangle *PDN* au triangle *AMD* est par exemple le rapport de leurs hypoténuses, soit $\dfrac{DN}{MN}$. Or $\dfrac{DN}{MN}\approx\dfrac{3{,}46}{2}\approx 1{,}73$, donc ce coefficient n'est pas plus petit que 1,5.

Exercice n°3

1. a. Le volume du cylindre C_2 est $V_{C_2}=\pi\,r^2\,h=\pi\times\left(\dfrac{1{,}5}{2}\right)^2\times 4{,}2=2{,}36\,\pi\approx 7{,}42\,cm^3$ et $\left(\dfrac{2}{3}\right)\times 7{,}42\approx 4{,}95$.

Le volume du sable est donc bien proche de $4{,}95\,cm^3$.

b. $\dfrac{4{,}95}{1{,}98}=2{,}5\,min=2\,min\,30\,s$. Le sable mettra donc environ $2\,min\,30\,s$ à s'écouler dans le cylindre inférieur.

2. a. la somme des nombres de la de la deuxième ligne est 40, 40 tests ont donc été réalisés.

b. Étendue : $2\,min\,38\,s-2\,min\,22\,s=16\,s$; la première condition est donc respectée.

Médiane : Le tableau est ordonné, la médiane est donc entre la 20e et la 21e mesure, donc entre $2\,min\,29\,s$ et $2\,min\,30\,s$; la deuxième condition est donc respectée.

Moyenne :

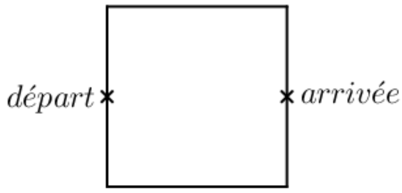
$$\frac{22+24+2\times26+6\times27+3\times28+7\times29+6\times30+3\times31+32+2\times33+3\times34+2\times35+3\times38}{40}=30{,}1\,s$$

La moyenne des temps est donc $2\,min\,30{,}1\,s$, et la troisième condition est respectée.

Le sablier respecte les trois conditions, il ne sera donc pas éliminé.

EXERCICE N°4

1.



2. Le script 1 réalise le dessin B (alternance de carrés et de tirets), et le script 2 réalise le dessin A (mais peut également réaliser le dessin B (probabilité très faible $\frac{1}{2^{46}}$, mais non nulle).

3. a. Le nombre aléatoire a une chance sur 2 d'être 1 et une chance sur 2 d'être 2, la probabilité que le premier élément soit un carré est donc $\frac{1}{2}$.

b. Les issues (équiprobables) pour les deux premiers symboles sont CC, CT, TC et TT (C pour carré, T pour tiret). La probabilité que les deux premiers éléments soient des carrés est donc $\frac{1}{4}$.

4. La suite d'instruction à insérer au début de la boucle "répéter 46 fois", donc juste avant le "si", est :

```
si nombre aléatoire entre 1 et 2 =1 alors
    mettre la couleur du stylo à rouge
sinon
    mettre la couleur du stylo à noir
```

EXERCICE N°5

1. a. Le rectangle 3 est l'image du rectangle 4 par la translation qui transforme *C* en *E*.

b. Le rectangle 3 est l'image du rectangle 1 par la rotation de centre *F* et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

c. Les rectangle *ABCD* est l'image du rectangle 2 (resp. 3, resp. 4) par l'homothétie de centre *D* (resp. *B*, resp. *C*) et de rapport 3.

2. Un petit rectangle est une réduction du grand rectangle dans un rapport $\frac{1}{3}$. On obtient l'aire d'un petit rectangle en multipliant l'aire du grand rectangle par $\frac{1}{3^2}$, ou en la divisant par 3^2.

On obtient donc $\frac{1{,}215}{3^2}=0{,}135\,m^2$, soit $1\,350\,cm^2$.

3. Notons ℓ la largeur du rectangle, et L sa longueur, alors $L=1{,}5\,\ell$ et $L\times\ell=1{,}215\,m^2$.

Donc $1{,}5\,\ell^2=1{,}215$, d'où $\ell^2=0{,}81$, soit $\ell=0{,}9\,m$. Et donc $L=1{,}5\times0{,}9=1{,}35\,m$.

Exercice n°6

1. Si on choisit 5 comme nombre de départ :

- Le programme 1 donne $5\times3+1=15+1=16$.
- Le programme 2 donne $(5-1)\times(5+2)=4\times7=28$.

2. a. $A(x)=x\times3+1=3x+1$.

b. On peut remonter le calcul : $(0-1)\div3=-\frac{1}{3}$

On peut également utiliser une équation : Soit x le nombre que l'on doit choisir,

alors $3x+1=0$, d'où d'où $3x=-1$, d'où $x=-\frac{1}{3}$.

3. $B(x)=(x-1)(x+2)=x^2+2x-1x-1\times2=x^2+x-2$.

4. a. $B(x)-A(x)=x^2+x-2-(3x+1)=x^2+x-2-3x-1=x^2-2x-3$.

Développons $(x+1)(x-3)$: $(x+1)(x-3)=x^2-3x+x+1\times(-3)=x^2-2x+1$.

C'est l'expression trouvée en ***4.a.*** Donc pour tout nombre x, $B(x)-A(x)=(x+1)(x-3)$.

b. Les deux programmes donnent le même résultat lorsque $B(x)=A(x)$, donc lorsque $B(x)-A(x)=0$, c'est-à-dire lorsque $(x+1)(x-3)=0$.
Ce produit est nul si, et seulement si l'un de ses facteurs est nul,

donc lorsque $x+1=0$ ou $x-3=0$,

donc lorsque $x=-1$ ou $x=3$.

On doit donc choisir -1 ou 3 pour que le programme 1 et le programme 2 donnent le même résultat.