Exercice 1 (20 points)

1.

L'urne A contient 6 boules, dont 4 boules portent un numéro pair (10 ; 12 ; 24 et 30),

la probabilité d'obtenir un nombre pair est donc $\frac{4}{6}$ ou, en simplifiant, $\frac{2}{3}$.

2.

L'urne B contient 9 boules, dont 3 boules portent un numéro premier (2 ; 5 et 17).

la probabilité d'obtenir un nombre premier est donc $\frac{3}{9}$ ou, en simplifiant, $\frac{1}{3}$.

3.

Dans l'urne A, les numéros multiples de 6 sont 12 ; 24 et 30 ;

dans l'urne B, les numéros multiples de 6 sont 6 et 18 ;

c'est donc l'urne A qui contient le plus de boules dont le numéro est multiple de 6.

4.

Dans l'urne A, les numéros supérieurs à 20 sont 24 et 30, donc la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 20 est $\frac{2}{6}$, ou, en simplifiant, $\frac{1}{3}$;

dans l'urne B, les numéros supérieurs à 20 sont 21 ; 22 et 25, donc la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 20 est $\frac{3}{9}$, ou, en simplifiant, $\frac{1}{3}$;

la probabilité de tirer un nombre supérieur à 20 est donc bien la même dans les deux urnes.

5.

$50>20$, donc les probabilités deviennent :

- $\frac{2+1}{6+1}$, soit $\frac{3}{7}$ pour l'urne A ;
- $\frac{3+1}{9+1}$, soit $\frac{4}{10}$ pour l'urne B ;

Or $\frac{3}{7}=\frac{30}{70}$ et $\frac{4}{10}=\frac{28}{70}$, donc $\frac{3}{7}\neq\frac{4}{10}$. La probabilité n'est donc plus la même.

Exercice 2 (23 points)

Partie A

1. $D \in [AE]$, donc $AE = AD + DE$, donc $AD = AE - DE = 250 - 50 = 200\,m$.

2.

Le triangle ACD est rectangle en A,

donc, d'après la propriété directe de Pythagore,

$CD^2 = AD^2 + AC^2$,

donc $CD^2 = 200^2 + 480^2$,

donc $CD^2 = 270\,400$,

d'où $CD = \sqrt{270\,400} = 520\,m$.

3.a.

$\frac{AD}{AE} = \frac{200}{250} = \frac{4}{5}$ et $\frac{AC}{AB} = \frac{480}{480+120} = \frac{480}{600} = \frac{4}{5}$.

On reconnaît donc une configuration de Thalès, avec :

- (BC) et (DE) sécantes en A,
- A, D, E et A, C, B dans le même ordre,
- $\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB}$,

donc, d'après la propriété réciproque de Thalès, $(CD)//(BE)$.

3.b.

Dans le triangle ACD, rectangle en A,

$\tan \widehat{ACD} = \frac{AD}{AC}$ (ou $\cos \widehat{ACD} = \frac{CA}{CD}$, ou $\sin \widehat{ACD} = \frac{AD}{CD}$),

donc $\tan \widehat{ACD} = \frac{200}{480}$ (ou $\cos \widehat{ACD} = \frac{480}{520}$, ou $\sin \widehat{ACD} = \frac{200}{520}$),

donc $0{,}416 < \tan \widehat{ACD} < 0{,}417$ (ou $0{,}923 < \cos \widehat{ACD} < 0{,}924$, ou $0{,}384 < \sin \widehat{ACD} < 0{,}385$),

donc $\widehat{ACD} \approx 22\,°$ au degré près : La mesure de l'angle $\widehat{ACD}$ est donc supérieure à 20°.

3.c.

D'après les résultats des questions 3.a. et 3.b., $(CD)//(BE)$ et $\widehat{ACD} > 20\,°$,

donc le parcours est validé.

Partie B

4.

Les temps des 9 élèves sont déjà classés das l'ordre croissant,

le temps médian est donc le 5e temps : 6 *min*.

5. Il y a plusieurs méthodes, en voici une :

Le poisson rouge parcourt 5 *km* en 1 *h*,

ce qui correspond donc à 1 *km* en 12 *min* (puisque $\frac{1}{5}h=\frac{60}{5}min=12\,min$).

Pour faire 200 *m* (soit $\frac{1}{5}km$), le poisson rouge mettrait donc $\frac{12}{5}min=2{,}4\,min=2\,min\,24\,s$.

Le meilleur nageur, lui, met $5\,min\,30\,s$ pour faire 200 *m*,

le poisson nage donc plus vite que le meilleur nageur (pourtant, ce n'est pas un turbot).

EXERCICE 3 (18 POINTS)

- Question 1 : C (14 €)
- Question 2 : D (une symétrie axiale)
- Question 3 : A (420 €)
- Question 4 : B ($13{,}5\,cm^2$)
- Question 5 : A ($2x^2-5x-12$)
- Question 6 : B ($112\,cm^3$)

EXERCICE 4 (20 POINTS)

Partie A

1. $10-4=6$; $6\times2=12$; $12+8=20$; Si on choisit 10, on obtient bien 20 avec ce programme.

2. $-7-4=-11$; $-11\times2=-22$; $-22+8=-14$; Si on choisit -7, on obtient -14.

3.

Si on choisit un nombre x au départ, le programme de calcul donne $(x-4)\times2+8$.

En développant, on obtient $(x-4)\times2+8=2x-8+8=2x$, qui est bien le double de x.

Zoé a donc raison.

Partie B

4. Si le nombre de départ est x, le programme de calcul donne $(x\times4+10)\times5$.

En développant, on obtient $(x\times4+10)\times5=4x\times5+10\times5=20x+50$.

5. On résout l'équation $20x+50=75$

$20x=25$

$x=\dfrac{25}{20}$

$x=\dfrac{5}{4}$ ou $x=1{,}25$.

6. On complète avec « *résultat*-50 ».

EXERCICE 5 (19 POINTS)

Partie A

1. $22\,400+12\times75=22\,400+900=23\,300$.

Avec l'option *Achat*, la dépense à la fin de la première année est bien 23 300 €.

2. Option *Achat* : $22\,400+36\times75=22\,400+2\,700=25\,100$.

Option *Location* : $36\times425=15\,300$.

$25\,100-15\,300=9\,800$. L'économie réalisée est 9 800 €.

3. La formule à saisir est « $=\text{B}1*425$ »

Partie B

4. L'expression de f est $f(x)=75x+22\,400$

5. La lecture graphique de l'abscisse du point d'intersection des deux courbes (qui sont des droites) nous donne un peu plus de 64 mois.

Au-delà de 64 mois (don à partir de 65 mois), l'option *Achat* est plus intéressante puisque la courbe C_f est en dessous de la courbe C_g pour une durée en mois supérieure à 64 mois.