Fractions et décimaux

D'après un document de
Gérard Gerdil-Margueron

Introduction des fractions

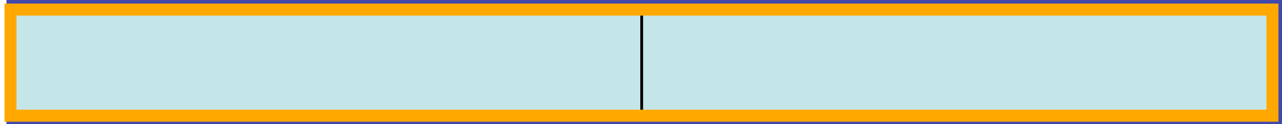
« Au cycle 3, les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée.

Seules quelques fractions usuelles (exprimées en demis, quarts, tiers et fractions décimales) sont utilisées par les élèves et travaillées dans le but d'introduire les nombres décimaux par le biais des fractions décimales.

Cf. Docs d'accompagnement
Articulation école/collège.

On dispose d'une bande unité, avec laquelle on souhaite mesurer d'autres bandes.

Bande unité u



2 u

3 u

« On ne sait pas exprimer sa mesure avec des nombres entiers.
C'est la moitié de la bande unité, c'est une demi bande unité, on a partagé l'unité en deux »

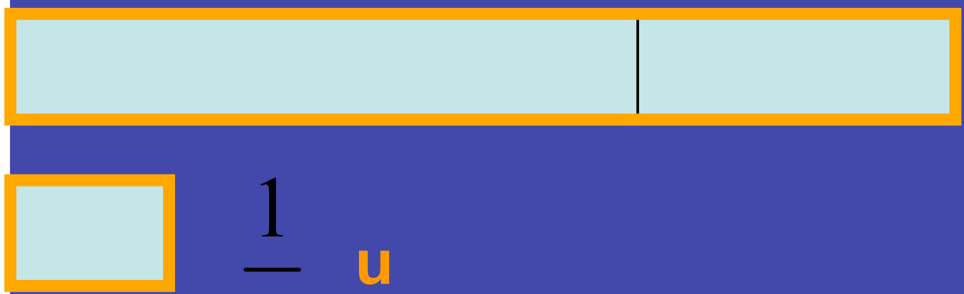
On écrit sa mesure $\frac{1}{2}$ **u**

DOCUMENT de TRAVAIL

Cf. ERMEL CM1 – « Bande unité »

On peut mesurer des bandes plus petites et plus grandes que la bande unité.

Bande unité u



$\frac{3}{2}$ u

$\frac{1}{4}$ u

On peut visualiser des relations du type :

$$1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2} \qquad 2\times\frac{1}{2}=1 \qquad \frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$$

L'addition traduit une juxtaposition de bandes, la multiplication par un entier la juxtaposition de bandes identiques.

DOCUMENT de TRAVAIL

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$$

a, b : nombres positifs.

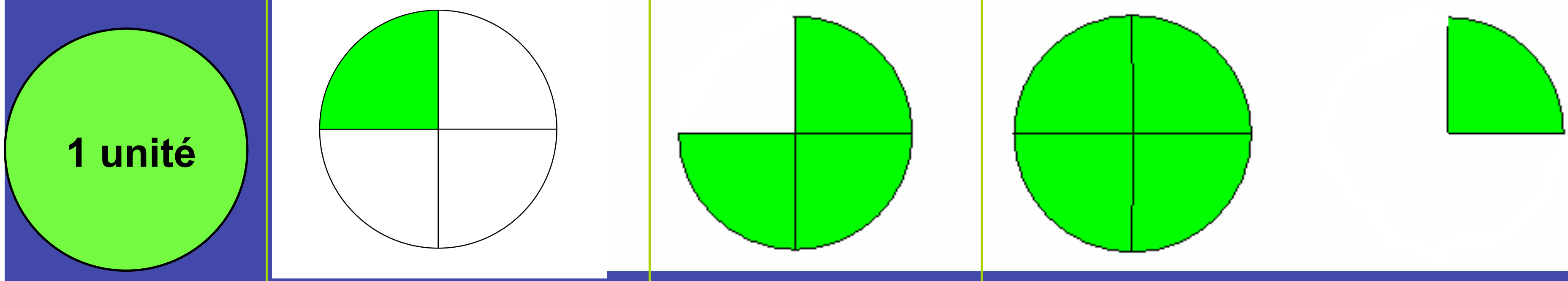
On prend 1 unité.
On la partage en *b* parts identiques.

On obtient un $b^{ième}$ de l'unité.

On prend ensuite a $b^{ième}$ (de l'unité).

Le « dénominateur » nomme le type de partage de l'unité (en parts égales) alors que le « numérateur » précise le nombre de parts qui sont reportées. Ce vocabulaire peut être utilisé en situation, mais il n'est pas exigible de la part des élèves. La notation 2/3 sera évitée.

[Programmes 2007]

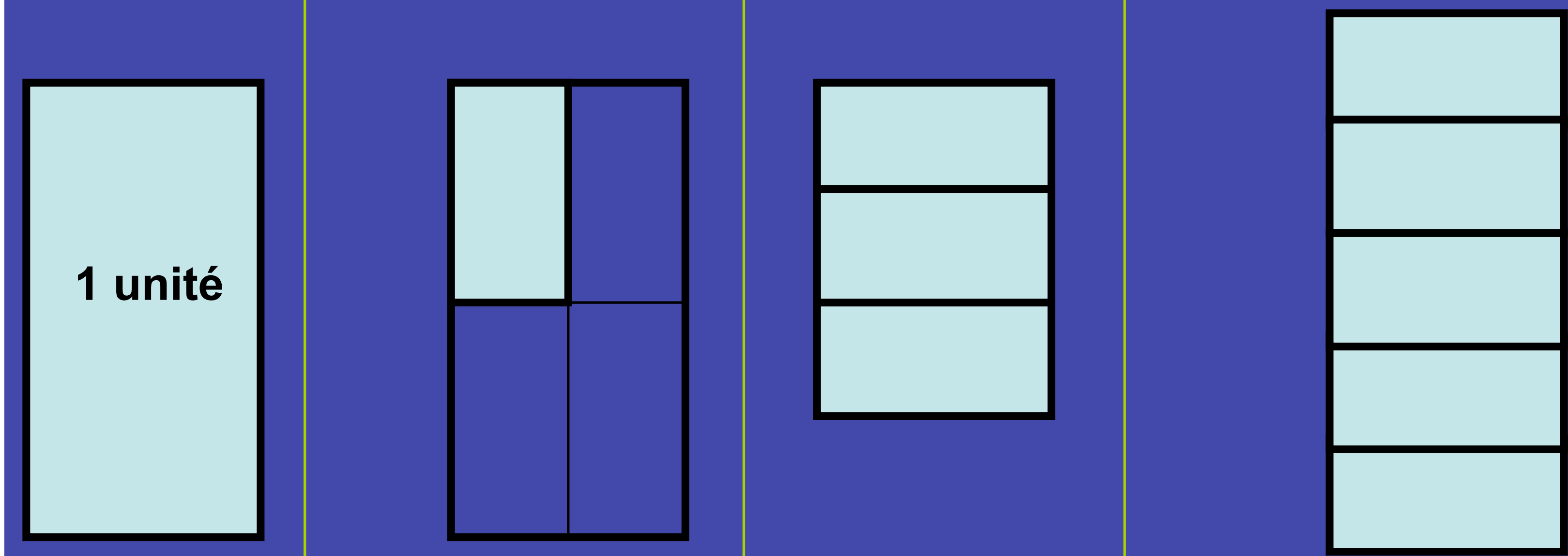


Aires mesurées par rapport à l'unité

$\frac{1}{4}$ u

$\frac{3}{4}$ u

$\frac{5}{4}$ u



LES FRACTIONS

Pour comprendre les fractions

il faut repérer en combien de parts égales est partagée l'unité.

$$\frac{3}{4}$$

4 est le dénominateur :
il indique qu'on a partagé l'unité en 4 parts égales.

1 *u*

3 est le numérateur :
il indique qu'on a reporté 3 fois une part.

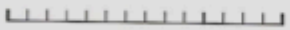
$\frac{3}{4}$ *u*

$$\frac{14}{10}$$

10 est le dénominateur :
il indique qu'on a partagé l'unité en 10 parts égales.

1 *u* 

14 est le numérateur :
il indique qu'on a reporté 14 fois une part.

$\frac{14}{10}$ *u* 

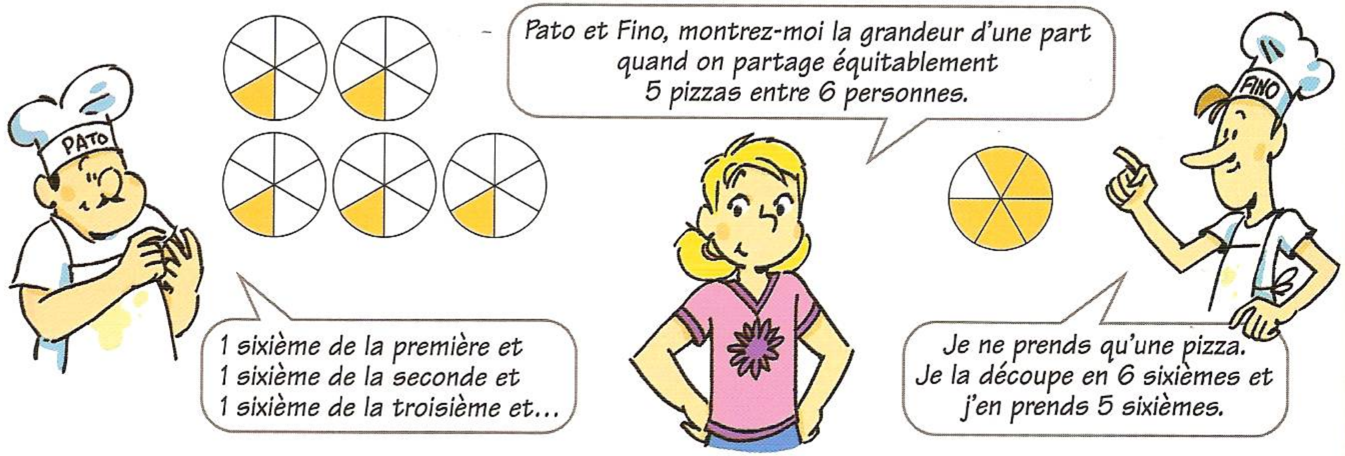
Les fractions dont le dénominateur est 10, 100, 1 000… sont appelées **fractions décimales.**

Les fractions $\frac{3}{10}$, $\frac{25}{100}$, $\frac{1}{1\,000}$ sont des fractions décimales.

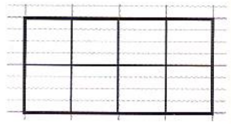
Je découvre

1 **Fichier d'activités page 4**

2 Observe comment Pato et Fino répondent à Mathilde.



3 **a** Dessine comme Pato, puis comme Fino, la part de pizza correspondant à $\frac{3}{8}$.
b Fais de même avec $\frac{2}{3}$, puis $\frac{7}{10}$.



Tu peux dessiner des pizzas de forme rectangulaire et les partager comme ci-dessus.

Je me rappelle

Il y a deux façons de représenter la part correspondant à 5 pizzas partagées équitablement entre 6 personnes :

- soit je prends 5 pizzas, je partage chacune en sixièmes et je prends une part dans chaque ;
- soit je prends 1 seule pizza, je la partage en sixièmes et j'en prends 5 parts.

$\frac{5}{6}$ se lit « **5 divisé par 6** » ; mais on peut le lire aussi « **5 sixièmes** ».

Dans la fraction $\frac{3}{10}$

ce nombre est le **dénominateur**, il nous permet de **dénommer** la fraction (ici, se sont des dixièmes).

ce nombre est le **numérateur**, il nous indique le **nombre** de dixièmes (ici, il y en a 3).

Autre signification de l'écriture fractionnaire

$$\frac{a}{b}$$

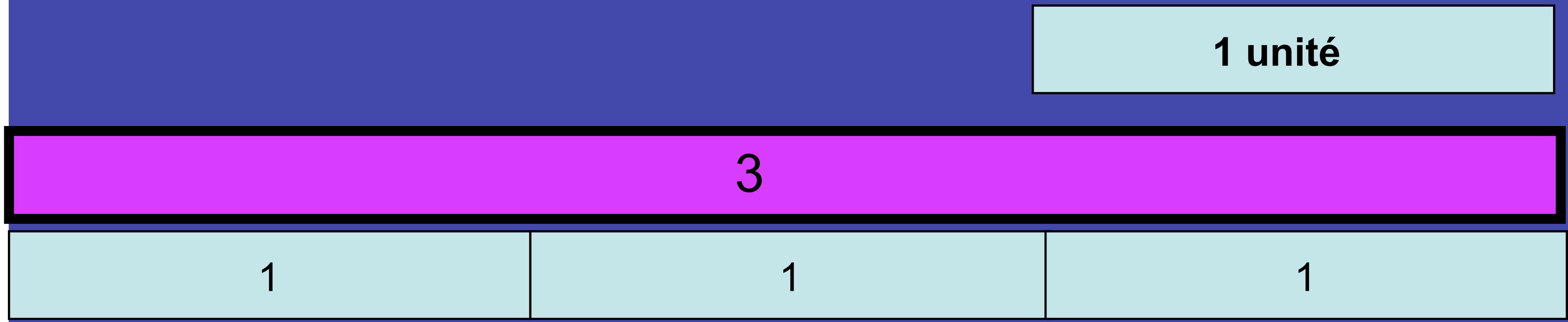
Quotient de a par b

Résultat du partage de a objets (divisibles) en b parts

Valeur d'une part dans un problème de division (division – partition)

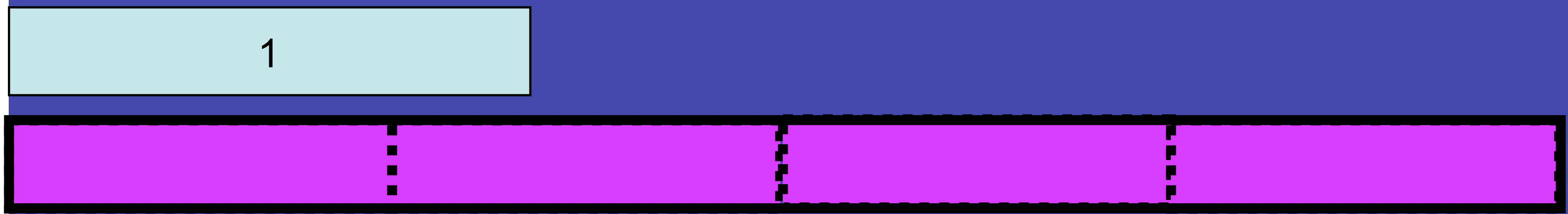
« On prend a objets, on les partage en b parts, et on garde une des parts. »

On mesure la bande violette par rapport à cette bande unité.

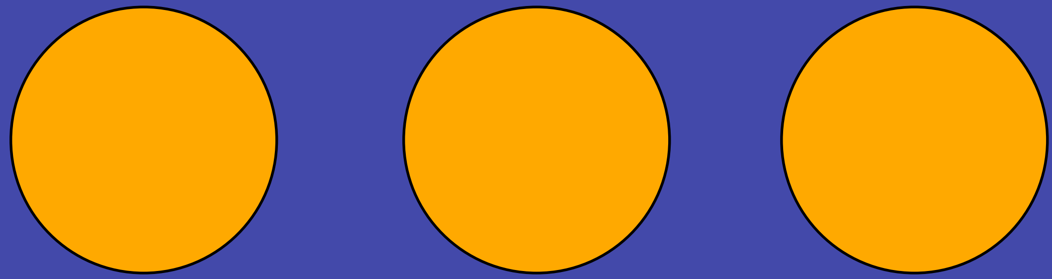


La bande violette mesure 3 u.

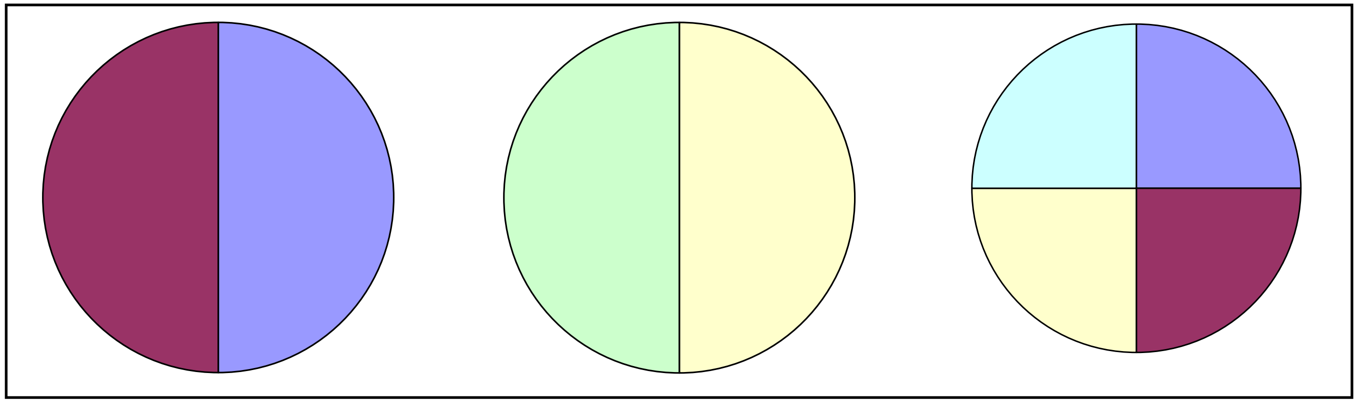
On partage la bande violette en 4 parts égales (par pliage).
Quelle est la mesure de chacune des parts par rapport à la bande unité ?

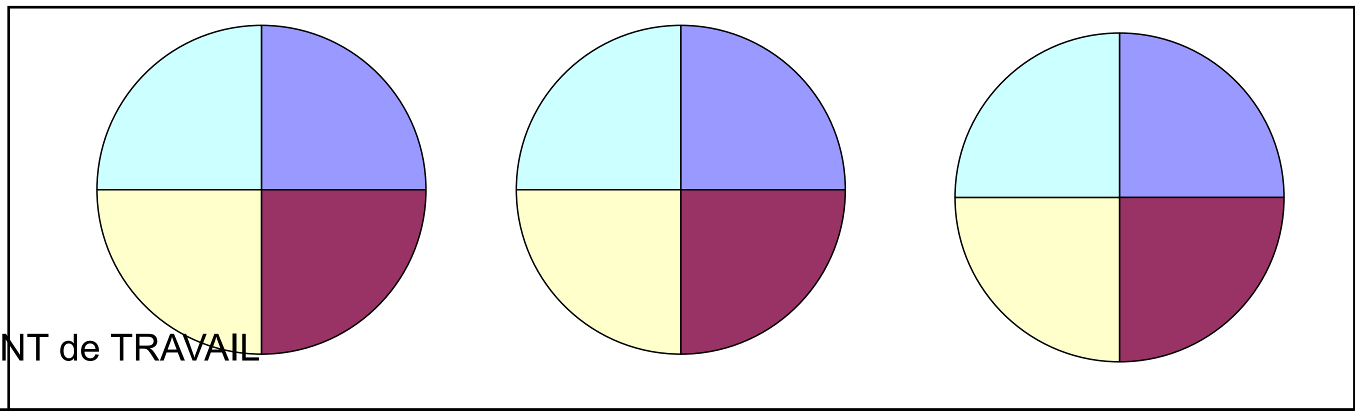


$\frac{3}{4}$ **u**



On veut partager 3 tartes entre 4 personnes, de telle sorte que chacune ait la même quantité de tartes.
Quelle est la part d'une personne ?



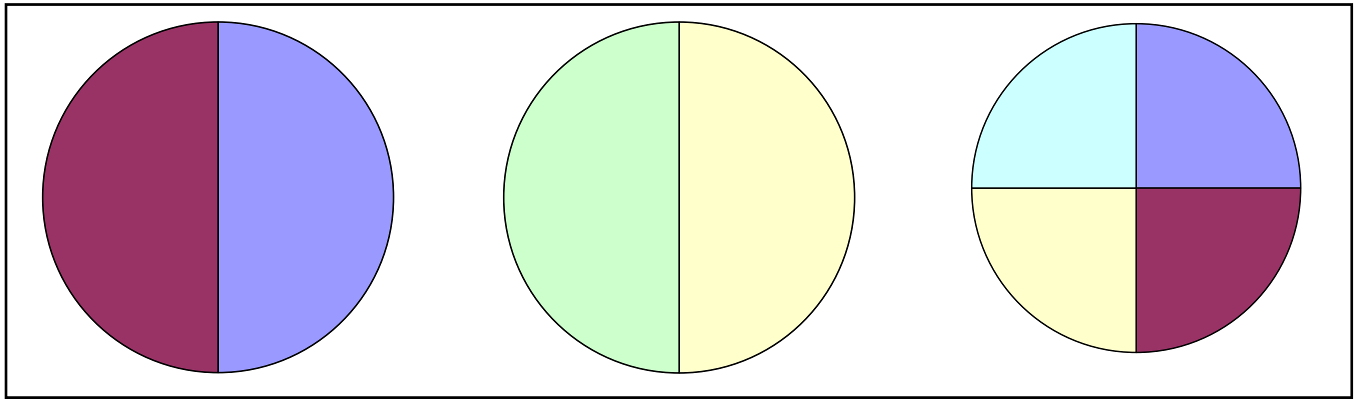


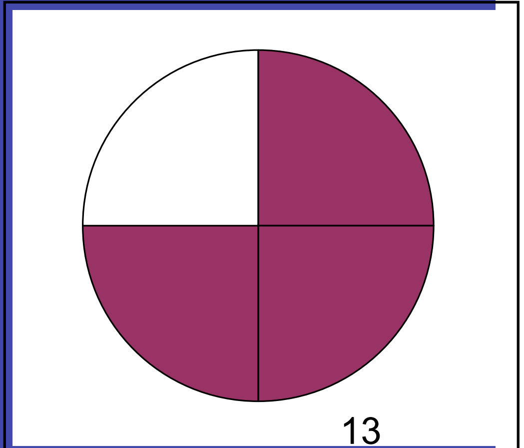
• Il y a plusieurs façons de faire un partage équitable des tartes

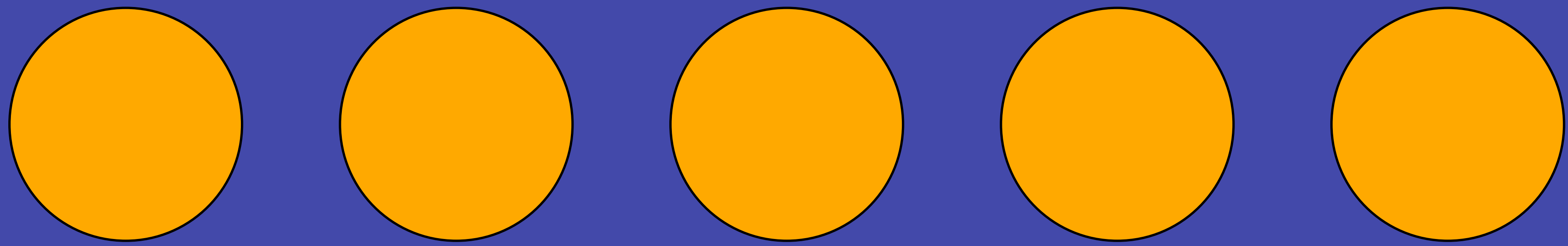
• Quel que soit le partage, la quantité de tarte obtenue correspond à la division des 3 tartes par 4 …. et c'est la même quantité que celle que l'on obtient une tarte, en partageant une tarte en 4 morceaux, puis, ensuite, en prenant 3 de ces morceaux.

3 divisé par 4 … donne la même quantité que 3 fois $\frac{1}{4}$.
(visualisé ici pour la personne violette)

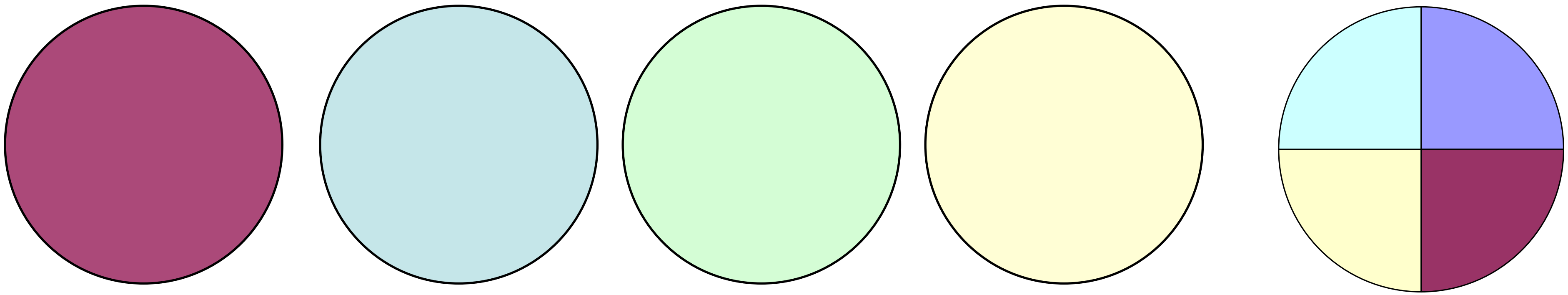
$\frac{3}{4}$ (écriture fractionnaire) désigne aussi le quotient de 3 par 4.

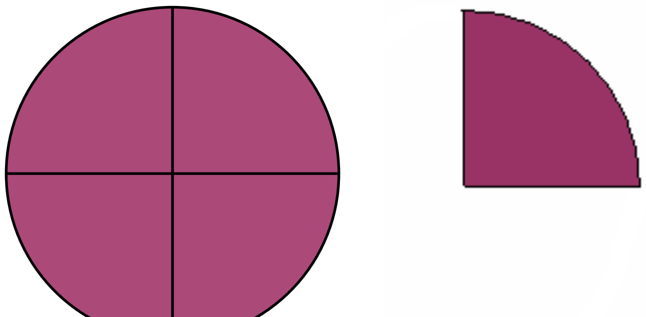






On veut partager 5 tartes entre 4 personnes, de telle sorte que chacune ait la même quantité de tarte. Quelle est la part d'une personne ?





DOCUMENT de TRAVAIL

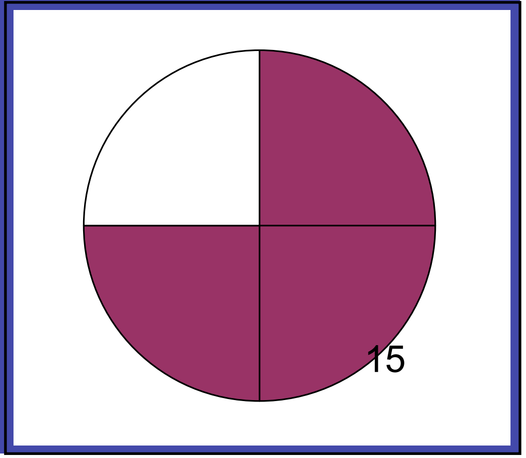
Autres sens de la fraction $\dfrac{a}{b}$:

- Solution de l'équation *b x* = *a* ;
- Proportion « *a* sur *b* »

Ex : « D'après ce sondage, 3 personnes sur 4 sont mécontentes : $\dfrac{3}{4}$ de la population est mécontente.

Il est déconseillé d'utiliser des formulations de ce type au début du travail sur les fractions (donc au cycle 3), car elles peuvent laisser penser qu'une fraction désigne toujours une quantité inférieure à 1.

« J'ai mangé 3 parts sur 4, donc les $\dfrac{3}{4}$ de la tarte »



Quelle signification donner à $\dfrac{5}{4}$?

DOCUMENT de TRAVAIL

« La fraction est introduite en référence au **partage d'une unité**, **le dénominateur indiquant la nature du partage et le numérateur le nombre de « parts » considérées ($\frac{3}{4}$, lu « trois quarts », est compris comme « trois fois un quart »).**

Au collège, notamment en sixième, où la notion de quotient occupe une place centrale, la signification de l'écriture fractionnaire est étendue à la fraction considérée comme quotient : $\frac{3}{4}$ est conçue comme **le nombre quotient de 3 par 4**, **nombre par lequel il faut multiplier 4 pour obtenir 3**. Il appartient donc au professeur de collège de faire le lien entre les deux conceptions, celle utilisée à l'école élémentaire et celle qui est travaillée au collège, et de faire en sorte que le quotient acquière le statut de nombre, nombre qui peut être approché par un décimal. »

DOCUMENT de TRAVAIL

Cf. Docs d'accompagnement
Articulation école/collège.

Programmes – fractions au cycle 3

CONNAISSANCES	CAPACITÉS
3.1 Fractions - nommer les fractions en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart, dixième, centième…	- utiliser, dans des cas simples, des fractions ou des sommes d'entiers et de fractions pour coder des mesures de longueurs ou d'aires, une unité étant choisie, ou pour construire un segment (ou une surface) de longueur (ou d'aire) donnée ; - encadrer une fraction simple par deux entiers consécutifs ; - *écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.*

Pour la suite (passage aux écritures à virgule pour les décimaux), il est indispensable :

- de savoir placer et à repérer des points sur la droite numérique (en fait demi-droite) déjà graduée par des entiers, les points étant repérés par des écritures fractionnaires
(passage de la distance à l'origine et la position d'un point)

- de savoir donner plusieurs écritures fractionnaires d'une mesure ou de la position d'un point

Comparaison sur les écritures fractionnaires

La comparaison des écritures fractionnaires relève du collège. Cependant, dans des cas simples, les élèves peuvent comparer deux fractions de même dénominateur en s'appuyant sur leur signification :

« $\frac{2}{3} < \frac{5}{3}$, car dans la première il y a deux tiers alors qu'il y en a cinq dans la deuxième. »

De même, on peut conclure que « $\frac{14}{8}$ est égal à $\frac{7}{4}$ parce qu'il faut deux huitièmes pour obtenir un quart ».

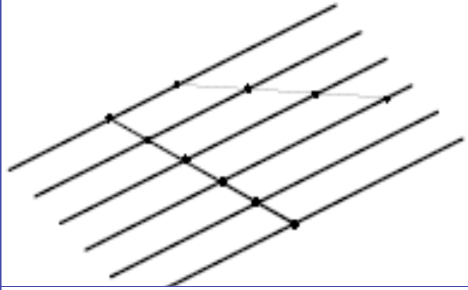
Les raisonnements utilisés pour encadrer une fraction entre deux entiers ou pour écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 sont du type : « Dans $\frac{7}{3}$ (sept tiers), il y a deux fois $\frac{3}{3}$ et $\frac{1}{3}$. Or $\frac{3}{3}$ c'est 1. Donc $2 < \frac{7}{3} < 3$ et $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$ ».

Ces raisonnements peuvent être appuyés sur une utilisation des fractions dans le cadre de la mesure des longueurs ou des aires.

Extrait des docs d'application cycle 3

Remarques : Partager l'unité en 2, 4, 8…. en 3, 5, 7….

Outre les fractions décimales, les fractions utilisées ont un dénominateur compris entre 2 et 5 (ou des puissances de ces nombres comme 4, 8, 16, 9, 25…).
Les fractions telles que $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$… peuvent être illustrées ou évoquées en référence à des pliages successifs en deux de l'unité (on évitera d'utiliser les notations du type 1/2, avec la barre oblique).



Dans d'autres cas, par exemple ceux où l'unité est partagée en trois ou en cinq, on peut avoir recours à un réseau de droites parallèles équidistantes. Ce réseau permet de partager une longueur en plusieurs longueurs égales, sans recours à la division.

DOCUMENT de TRAVAIL

Extrait des docs d'application cycle 3

Autre remarque : fractions et heures

« Au cycle 2, il est intéressant :
– de travailler sur un cadran des heures (avec une seule aiguille) et de sensibiliser à la notion d'intervalles : il est pile trois heures (une seule position de la petite aiguille) ; il est pile quatre heures (une seule position de la petite aiguille) ; il est entre trois heures et quatre heures (de nombreuses positions de la petite aiguille) avec des précisions du type il est plus près de trois heures ou il est plus près de quatre heures (pour habituer au sens conventionnel de rotation des aiguilles) ;

– de faire prendre conscience, après de multiples observations, de la simultanéité suivante : quand et pour que la petite aiguille passe de trois exactement à quatre exactement, la grande aiguille doit faire un tour complet (parte de douze et revienne à douze) : un tour complet de la grande aiguille dure une heure.

Au cycle 3, ces apprentissages sont poursuivis.

Progressivement est abordée la lecture de positions particulières intermédiaires : trois heures un quart, trois heures et demi, trois heures trois quarts (aussi lu quatre heures moins le quart). À cette occasion il est profitable d'utiliser le cadran des minutes et de faire colorier la zone balayée par la grande aiguille de douze à trois (un quart d'heure) ; de douze à six (une demi-heure) ou de douze à neuf (trois quarts d'heure). C'est aussi l'occasion de les familiariser avec des angles qui sont des fractions simples de tour (et des durées fractions simples d'heure).

Le cadran des minutes peut aussi être un support à l'énoncé des multiples de cinq, depuis cinq (aiguille sur le un) jusqu'à soixante (aiguille sur le douze). C'est ainsi que les élèves parviennent à comprendre qu'un tour complet de la grande aiguille dure soixante minutes ou une heure. »

Extrait des documents d'accompagnement, chapitre « Grandeurs et mesures à l'école élémentaire »P85

Passage aux fractions décimales

Une progression possible

- Préalable : avoir placé des points sur une bande graduée
(lien entre la position du point et la distance à l'origine)

Cf. ERMEL CM1 « Droite Graduée 1 »

- Sur une bande graduée, faire placer :
  - les entiers
  - des points correspondant à des fractions de dénominateur 10, 100
    * soit sur du papier millimétré, en ayant placé 0 et 1 (intervalle de longueur 10 cm)
    * soit sur une bande construite par les élèves

Cf Ermel CM1 « Bande Graduée 2 »

-

DOCUMENT de TRAVAIL

•Faire établir des relations du type :

$$1=\frac{10}{10}=\frac{100}{100}=10\times\frac{1}{10}=100\times\frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{10}=\frac{10}{100}=10\times\frac{1}{100};\quad 2=\frac{200}{100}=\frac{20}{10}\dots$$

•Faire placer d'autres fractions décimales : ex : $\frac{32}{100},\frac{15}{10},\frac{147}{100},\frac{2000}{1000}$

• Faire écrire des égalités entre plusieurs décompositions du même nombre.

$$\frac{147}{100}=1+\frac{47}{100}=\frac{14}{10}+\frac{7}{100}=1+\frac{4}{10}+\frac{7}{100}$$

•Parmi ces décompositions, importance :

- des décompositions avec partie entière;
- de la décomposition canonique (chiffres du numérateur 1 par 1)

Passage aux écritures à virgule

« L’écriture à virgule est présentée comme une convention d’écriture d’une fraction décimale ou d’une somme de fractions décimales, le lien avec le système métrique étant fait ensuite. »

[Documents d’accompagnement]

L'écriture à virgule est introduite comme un changement d'écriture par rapport à la décomposition canonique

On peut s'appuyer sur le tableau de numération connu pour les entiers, qu'on est amené à compléter pour placer les nombres proposés « en mettant un seul chiffre par colonne)

On fait placer des entiers qui entrent dans le tableau initial, puis un entier qui « dépasse » (nécessité d'ajouter une nouvelle colonne), puis on demande si on peut placer des fractions décimales (120/10 ? 35/10?273/100?)

On aboutit à un tableau du type suivant :

…	Milliers 1000	Centaines 100	Dizaines 10	Unités 1	Dixièmes $\frac{1}{10}$	centièmes $\frac{1}{100}$	millièmes $\frac{1}{1000}$	…
			1	2	0			
				3	5			
				2	7	3		

Le maître dit que les nombres qu'on a rangés dans le tableau ont une autre écriture :

$$\frac{120}{100} = 12 \qquad \frac{35}{10} = 3 + \frac{5}{10} = 3{,}5 \qquad \frac{273}{100} = 2 + \frac{7}{10} + \frac{3}{100} = 2{,}73$$

Ensuite

- travail sur la désignation orale des nombres à virgule
(3,45 : 3 et 4 dixièmes et 5 centièmes, 3 et 45 centièmes)

- Changement d'écritures (entre écriture fractionnaire, de l'écriture fractionnaire à l'écriture à virgule et vice versa)

- Écritures à virgules de $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$ (pour contrer des erreurs du type $\frac{1}{2}$ = 1,2)

- Calcul mental : trouver le <u>nombre</u> d'unités dans 300 centièmes, de dixièmes dans 5 unités, …
Produire des suites orales de 0,1 en 0,1, 0,01 en 0,01, etc.

-Trouver le nombre entier le plus proche d'un nombre décimal donné.

Extraits des programmes 2007 (intro de la partie « Connaissance des fractions simples et des nombres décimaux »)

« Concernant les écritures à virgule des nombres décimaux, les élèves doivent comprendre que **la valeur d'un chiffre dépend de sa position** : cette valeur se définit notamment **par rapport à l'unité** (le dixième et le centième représentent dix fois moins et cent fois moins que l'unité) et **par rapport à celle des chiffres voisins** (le centième représente dix fois moins que le dixième). »

Les écritures à virgule prennent sens en étant mises en relation avec les fractions décimales, ce qui correspond à l'introduction historique des décimaux. Cela permet de comprendre que la valeur d'un chiffre est dix fois plus petite que celle du chiffre écrit immédiatement à sa gauche et dix fois plus grande que celle du chiffre qui est écrit immédiatement à sa droite (ce qui est vrai aussi bien pour la partie entière que pour la partie décimale).

Exemples d'égalités qui peuvent être utilisées :

$$\frac{956}{10} = 95 + \frac{6}{10} = 95{,}6\ ;\ \frac{503}{100} = 5 + \frac{3}{100} = 5{,}03.$$

Comme dans le cas des fractions, de telles égalités ne doivent pas avoir un caractère formel. Elles doivent pouvoir être interprétées en référence soit à des longueurs de segments mesurés avec une unité donnée et ses sous-unités (obtenues par partage en 10, 100… le partage étant effectif ou seulement évoqué) soit au placement de nombres sur une graduation.

DOCUMENT de TRAVAIL

Extrait des docs d'application cycle 3

Désignation orale des écritures à virgule

Exemples : 14,5 se lit 14 et demi ou 14 et 5 dixièmes ; 5,23 se lit 5 et 23 centièmes ou 5 et 2 dixièmes et 3 centièmes.
La lecture courante (5 virgule 23) n'est pas exclue, mais il s'agit de ne pas la systématiser dans la mesure où son usage trop fréquent contribue à envisager le nombre décimal 5,23 comme deux entiers juxtaposés (5 d'un côté et 23 de l'autre).

Comparaison des nombres décimaux

cf. (Ermel CM1, Activité du même nom)

- **avec des parties entières différentes**

  - on peut les placer sur une bande numérique;

  - comparer des entiers intermédiaires (3,12 < 7,4 car 3,12 est plus petit que 4, 7,4 est plus grand que 7, et 7 est plus grand que 4)

  - utiliser des ordres de grandeur 3,12 est entre 3 et 4, 7,4 est entre 7 et 8, ..

-

avec des parties entières identiques (de longueur égale ou différente, avec des zéros ou non)

- on peut placer les nombres sur une bande numérique

- On peut mettre les parties décimales sous forme fractionnaire et comparer le nombre de dixièmes, le nombre de centièmes.

Comparer avec un nb intermédiaire ex 2,417<2,52 car 2,417<2,5 et 2,52>2,5

- Utiliser un « ordre de grandeur » : 2,11 est « proche » de 2, 2,9 est « proche » de 3 donc 2,11 est plus petit que 3

Attention à ne pas dire que l'on regarde lequel des deux nombres a « la plus grande » partie décimale cf . 2, 417 et 2,52 …

Règle de la mise « au même format à droite » des parties décimales : à ne pas mettre en place trop tôt : privilégier le retour au sens.

Ensuite :

- Ranger plusieurs nombres
- Intercaler un nombre entre deux nombres
- Jeux de portrait (infos sur le nombre de chiffres, contraintes sur les chiffres, …)

La comparaison de nombres tels que 2,58 et 2,6 se ramène à celle de leurs parties décimales, mais celles-ci ne doivent pas être considérées comme des entiers : les élèves doivent comprendre qu'il s'agit en fait de comparer $\frac{5}{10}$ avec $\frac{6}{10}$ ou $\frac{58}{100}$ avec $\frac{60}{100}$.

Le recours à des graduations peut être une aide pour les élèves.

Extraits des programmes 2007 (intro de la partie « Connaissance des fractions simples et des nombres décimaux »)

La compréhension des nombres décimaux est favorisée par la comparaison de certaines de leurs propriétés avec celles des nombres entiers :

- la notion de "**nombres consécutifs**" a du sens avec les nombres entiers, elle n'en a plus avec les nombres décimaux,

- **intercaler** un nombre entre deux décimaux est toujours possible (ce qui n'est pas vrai pour deux nombres entiers),

- le **nombre de chiffres de l'écriture décimale** est un **critère de comparaison** de deux nombres entiers et ne l'est plus pour deux nombres décimaux.

Suite du travail sur les décimaux (fin CM1 – CM2)

-Techniques de calcul.

- Consolidation du travail précédent (notamment en fonction de la progression sur les aires
(Cf. Ermel CM2))

- Valeur approchée d'un nombre par un nombre décimal …/…

- Travail sur les expressions complexes (plusieurs unités de mesure) …/…

– **Donner une valeur approchée d'un nombre décimal à l'unité près, au 1/10 ou au 1/100 près.**	La notion de valeur approchée fait l'objet d'un tout premier travail qui doit prendre sens pour l'élève, en relation avec un contexte issu de la vie courante, de la physique, de la géographie… Par exemple, pour la monnaie, on n'utilise que des nombres avec deux décimales.

Il s'agit, sans étude systématique et sans utiliser de formulation spécifique, d'approcher la notion d'encadrement à l'unité ou au dixième près, par exemple : $35 < 35{,}46 < 36$ ou $35{,}4 < 35{,}46 < 35{,}5$.
Ces activités permettent aux élèves de prendre conscience que la notion de nombres consécutifs, valable pour les nombres entiers, ne l'est plus pour les nombres décimaux : intercaler un nombre (décimal) entre deux nombres (décimaux) devient toujours possible. Ces questions d'intercalation peuvent également être l'occasion de rencontrer des nombres décimaux qui s'écrivent avec plus de trois chiffres dans leur partie décimale.

« Dans les situations où des nombres décimaux sont utilisés, on rendra les élèves attentifs au choix des décimales pertinentes. »
[Docs d'application] : précisions permises par les instruments et la taille des objets, compatibilité avec les usages sociaux. »

– **Situer exactement ou approximativement des nombres décimaux sur une droite graduée de 1 en 1, de 0,1 en 0,1.**	Sur une droite graduée de 0,1 en 0,1, on peut placer exactement 12,7 mais approximativement 12,83 (plus près de 12,8 que de 12,9).

Travail sur les expressions complexes (Cf. Ermel CM2) :

Ecrire les relations entre unités de mesure

ex : 1cm = $\frac{1}{100}$ m

3m + 25 cm = 3 + $\frac{25}{100}$ = 3,25 m

Idem pour la monnaie
(donner un sens aux expressions familières du type 16,52 €, …)

Les expressions complexes

Dans le cas où une grandeur est exprimée à l'aide des unités usuelles, il s'agit de mettre en relation des désignations telles que 3 m 25 cm et 3,25 m ou 3 m 5 cm et 3,05 m ou encore 2 h 30 min et 2,5 h. Ce dernier exemple ne doit pas donner lieu à des développements excessifs, mais, dans des cas simples comme celui-ci, être l'occasion d'utiliser le fait que 2 h 30 c'est 2 heures et demie et que un demi, c'est aussi 0,5. C'est aussi l'occasion de relier « centime d'euro » et « centième d'euro ».

DOCUMENT de TRAVAIL

Extrait des docs d'application cycle 3

En résumé … Les Programmes de 2007

3.2 Désignations orales et écrites des nombres décimaux - connaître la valeur de chacun des chiffres composant une écriture à virgule, en fonction de sa position.	- produire des décompositions liées à une écriture à virgule, en utilisant 10 ; 100 ; 1000… et 0,1 ; 0,01 ; 0,001… ; - utiliser les nombres décimaux pour exprimer la mesure de la longueur d'un segment, celle de l'aire d'une surface (une unité étant donnée), ou pour repérer un point sur une droite graduée régulièrement de 1 en 1 ; - associer les désignations orales et l'écriture chiffrée d'un nombre décimal dont la partie décimale ne va pas au-delà du millième ; - *produire des suites écrites ou orales de 0,1 en 0,1 ;* - *produire des suites écrites ou orales de 0,01 en 0,01, de 0,001 en 0,001 ;* - écrire et interpréter sous forme décimale une mesure donnée avec plusieurs unités et réciproquement dans des cas simples (par exemple 1m et 10 cm ; 1,5 kg) ; - savoir passer, dans des cas simples, pour un nombre décimal, d'une écriture à virgule à une écriture fractionnaire (fractions décimales) et réciproquement.

Exemples de décompositions :

$$156{,}34 = 100 + (5 \times 10) + 6 + \left(3 \times \frac{1}{10}\right) + \left(4 \times \frac{1}{100}\right);$$

$$156{,}34 = 100 + 50 + 6 + (3 \times 0{,}1) + (4 \times 0{,}01).$$

La deuxième égalité ne nécessite pas de connaissances sur la multiplication par un nombre décimal, mais seulement de connaître l'égalité entre $\frac{1}{10}$ et 0,1.

3.3 Ordre sur les nombres décimaux	- comparer deux nombres décimaux donnés par leurs écritures à virgule, lorsque leurs parties décimales sont de même longueur ; - *comparer deux nombres décimaux donnés par leurs écritures à virgule lorsque leurs parties décimales sont de longueurs différentes ;* - encadrer un nombre décimal par deux entiers consécutifs ; - *encadrer un nombre décimal par deux nombres décimaux ;* - intercaler des nombres décimaux entre deux nombres entiers consécutifs ; - *intercaler des nombres décimaux entre deux nombres décimaux ;* - utiliser les signes < et > pour exprimer le résultat de la comparaison de deux nombres ou d'un encadrement ; - *donner une valeur approchée d'un nombre décimal à l'unité près, au dixième ou au centième près ;* - situer exactement ou approximativement des nombres décimaux sur une droite graduée de 1 en 1, de 0,1 en 0,1.

3.4 Relations entre certains nombres décimaux - connaître et savoir utiliser dans des situations concrètes (contenance, masse, longueur, monnaie, durée) les écritures fractionnaires et décimales de certains nombres : 0,1 et $\frac{1}{10}$; 0,01 et $\frac{1}{100}$; 0,5 et $\frac{1}{2}$; 0,25 et $\frac{1}{4}$, 0,75 et $\frac{3}{4}$ *- connaître et savoir utiliser dans des situations concrètes ou non les écritures fractionnaires et décimales des nombres ci-dessus.*	- connaître et savoir utiliser dans des situations concrètes les relations entre $\frac{1}{4}$ (ou 0,25) et $\frac{1}{2}$ (ou 0,5), entre $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{10}$; - connaître et savoir utiliser dans des situations concrètes ou non les relations entre $\frac{1}{4}$ (ou 0,25) et $\frac{1}{2}$ (ou 0,5), entre $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{10}$; entre $\frac{1}{1000}$ et $\frac{1}{100}$

Extrait des documents d'accompagnement, chapitre
« Articulation école/collège » p85

« La maîtrise des nombres décimaux est loin d'être assurée au sortir de l'école primaire. Le sens même de l'écriture à virgule (valeur de chaque chiffre en fonction de sa position) est repris en sixième, en particulier pour assurer une bonne compréhension des procédures de comparaison, d'encadrement et d'intercalation.

Dans le prolongement du travail effectué à l'école primaire, plusieurs aspects sont à consolider concernant les nombres décimaux
– considérer l'écriture à virgule comme une autre écriture des fractions décimales (sens de 1/10, 1/100…) ;
– comprendre que les décimaux sont un bon outil pour mesurer des grandeurs, pour repérer des points sur la droite numérique (aspect fondamental pour la comparaison, l'encadrement, les approximations…) ;
– utiliser les décimaux pour approcher le quotient de deux entiers.

Dès l'école primaire, les nombres décimaux peuvent être utilisés dans des problèmes de division prolongée au-delà de la virgule (problèmes de partage de longueurs, par exemple), sans que pour autant l'écriture fractionnaire ne soit introduite pour désigner le quotient ni que le calcul de quotients décimaux ne soit systématisé.
En sixième, l'écriture fractionnaire est prolongée à des cas comme $\frac{5,24}{2,1} = \frac{524}{210}$, mais

aucune compétence n'est exigible quant à la division dans le cas d'un diviseur décimal. »

Projet de nouveaux programmes (en consultation)

Les nombres décimaux et les fractions

- fractions simples et décimales : écriture, encadrement entre deux nombres entiers consécutifs, écriture comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, somme de deux fractions décimales ou de deux fractions de même dénominateur ;
- nombres décimaux : désignations orales et écritures chiffrées, valeur des chiffres en fonction de leur position, passage de l'écriture à virgule à une écriture fractionnaire et inversement, comparaison et rangement, repérage sur une droite graduée ; la valeur approchée d'un décimal à l'unité près, au dixième près, au centième près.

Le calcul

Projets de programme – CM1 (gauche) CM2 (droite)

Fractions - Nommer les fractions simples et décimales en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart, dixième, centième. - Utiliser, ces fractions dans des cas simples de partage ou de codage de mesures de grandeurs.	**Fractions** - Encadrer une fraction simple par deux entiers consécutifs. - Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. - Ajouter 2 fractions décimales ou deux fractions simples de même dénominateur.
Nombres décimaux - Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au 1/100^{e}), et pour de tels nombres : . les repérer, les placer sur une droite graduée, . les comparer, les ranger, . les encadrer par deux nombres entiers consécutifs, . passer d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule et réciproquement.	**Nombres décimaux** - Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au 1/10 000^{e}) et pour de tels nombres : . les repérer, les placer sur une droite graduée en conséquence, . les comparer, les ranger, . produire des décompositions liées à une écriture à virgule, en utilisant 10 ; 100 ; 1 000... et 0,1 ; 0,001... - Donner une valeur approchée à l'unité près, au dixième ou au centième près.

Evaluations à l'entrée en 6ème en 2007

-

Quelques erreurs classiques

Exercice 19

Voici une liste de mots :

la moitié
le double
le tiers
le triple
le quart
le quadruple

Complète chaque phrase avec un des mots de la liste.

12 est .... de 6.

5 est .... de 15.

17 est .... de 34.

25 est .... de 100.

25 est .... de 75.

code 1	72,7
code 6 (moitié)	23,8
code 9	2,3
code 0	1,2

code 1	52,5
code 6 (triple)	33,0
code 9	11,6
code 0	2,9

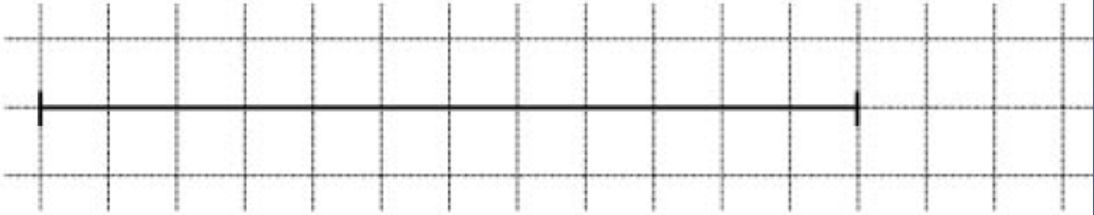
code 1	55,7
code 6 (double)	17,6
code 9	19,9
code 0	6,9

code 1	52,7
code 6 (quadruple)	30,0
code 9	10,9
code 0	6,4

code 1	43,0
code 6 (triple)	22,0
code 9	23,2
code 0	11,8

Exercice 11

Voici un segment :



a) Construis un segment dont la longueur est $\frac{1}{4}$ de la longueur du segment donné.

b) Construis un segment dont la longueur est $\frac{1}{3}$ de la longueur du segment donné.

c) Construis un segment dont la longueur est $\frac{5}{4}$ de la longueur du segment donné.

code 1 (3 carreaux)	50,5
code 6 (4 carreaux (dénom.))	24,3
code 9	22,2
code 0	3,0

code 1 (4 carreaux)	44,9
code 6 (3 carreaux(dénom.))	24,3
code 9	26,2
code 0	4,7

code 1 (15 carreaux)	37,3
code 6 (4 ou 5 carreaux)	13,4
code 9	37,5
code 0	11,9

Exercice 28

Voici une bande partagée en parts égales. Certaines sont coloriées en noir, d'autres en gris.

Complète chacune des phrases ci-dessous en utilisant des fractions.

On a colorié en noir $\frac{\square}{\square}$ de la bande. 1 6 9 0 85

On a colorié en gris $\frac{\square}{\square}$ de la bande. 1 6 9 0 86

On a laissé en blanc $\frac{\square}{\square}$ de la bande. 1 6 9 0 87

code 1	80,0
code 6 1/7	2,3
code 9	14,1
code 0	3,6

code 1 2/8 ou 1/4	76,7
code 6 2/6 ou 1/3	2,3
code 9	16,9
code 0	4,1

code 1	77,3
code 6 5/3	2,8
code 9	15,4
code 0	4,6

DOCUMENT de TRAVAIL

Exercice 15

code 1	56,2
code 6 (96,200)	22,0
code 9	20,1
code 0	1,7

Parmi les écritures ci-dessous, entoure celle qui est égale à $96 + \frac{2}{100}$.

96,200 962,100 296 96,02 98,100

Passation

Dire aux élèves :
« Parmi les écritures figurant sur votre feuille, entourez celle qui est égale à quatre-vingt seize et deux centièmes.»

Le code 6 repère les élèves qui associent déjà « centième » et « nombre à virgule », mais qui semblent confondre « deux centièmes » et « virgule deux cents. »

Exercice 15

Parmi les écritures ci-dessous, entoure celle qui est égale à $96 + \frac{2}{100}$.

96,200 962,100 296 96,02 98,100

code 1	56,2
code 6 (96,200)	22,0
code 9	20,1
code 0	1,7

Exercice 13

Entoure la fraction égale à 80,4.

$\frac{804}{100}$ $\frac{80}{4}$ $\frac{84}{10}$ $\frac{804}{10}$ $\frac{804}{1000}$

code 1	49,3
code 6 (80/4) Virgule -> trait	20,5
code 7 (804/100)	8,1
code 9	20,1
code 0	2,0

Exercice 26

Entoure le nombre égal à la fraction $\frac{724}{100}$.

0,724 7,24 72,4 724,100 72 400

code 1	51,0
code 6 (724,100) (trait->virgule)	19,5
code 7 (72400) (multiplication par 100)	3,3
code 9	24,8
code 0	1,5

Exercice 22

Parmi les nombres suivants, entoure ceux qui sont entre 1,9 et 3,15

1,39 2 3,19 1,93 2,9 3,2

code 1	47,9
code 3 (incomplet sans erreur)	4,1
code 6 (tous sauf 3,19) Partie décimale traitée comme un entier	15,7
code 9	31,5
code 0	0,9

Exercice 29

Encadre 895,53 par deux nombres entiers consécutifs.

.... < 895,53 < ....

Encadre $\frac{385}{10}$ par deux nombres entiers consécutifs.

.... < $\frac{385}{10}$ < ....

Encadre $12 + \frac{5}{100}$ par deux nombres entiers consécutifs.

.... < $12 + \frac{5}{100}$ < ....

code 1	33,8
code 4 (894 et 896) (seulement partie entière)	12,7
code 6 (895,52 et 895,54) (seulement dernier chiffre)	25,4
code 9	25,0
code 0	3,2

code 1	18,5
code 4 (37 «t 39)	3,6
code 6 (38,4 et 38,6 ou 384/10 et 386/10)	23,6
code 9	42,6
code 0	11,7

code 1	21,3
code 4 (11 et 13)	5,1
code 6 (12 et 4/100 et 12 et 6/100)	9,5
code 9	37,0
code 0	27,1

Exercice 35

Parmi ces quatre nombres, deux sont égaux. Entoure-les.

0,25 0,4 1,4 $\frac{1}{4}$

code 1	26,1
code 6 (1,4 et ¼)	57,7
code 7 (0,4 et ¼)	10,1
code 9	4,3
code 0	1,9

Vidéos

Séance ERMEL fractions
(longueur des bandes)

IUFM de la Réunion

http://www.reunion.iufm.fr/dep/Mathematiques/PE2/Cycle3/FracCM1Ermel/presentation.html