# BILAN DE LA FORMATION 2016-2017
# NOMBRES DÉCIMAUX AU CYCLE 3

## POINT DE DÉPART (2013) :

Les recherches ont mis en évidence une mauvaise maîtrise des nombres, et de leurs écritures, qui devient un obstacle à l'apprentissage de la plupart des concepts fondamentaux. Ces difficultés sont suffisamment profondes et fréquentes pour empêcher toute remédiation *a posteriori*.

*« Le concept de nombre est difficile et nécessite une réflexion commune du primaire au collège qui évite autant que possible de créer des obstacles didactiques qui semblent ne dépendre que d'un choix ou d'un projet de système éducatif »* (Brousseau, 1976).

Nous avons pu observer les deux types d'erreurs suivantes :

- **type 1** : 629,3**4**07 → 4 est le chiffre des dixièmes ;
- **type 2** : 5 247,**6**31 → 6 est le chiffre des centaines.

Le **type 1** est caractéristique d'une fausse symétrie par rapport à la virgule (alors que la symétrie doit-être effectuée par rapport au chiffre des unités).

Le **type 2** est caractéristique d'une séparation du nombre en deux entiers séparés par la virgule. Ce type d'erreur est le plus fréquent et amène aux erreurs suivantes (jusqu'au bac pour une partie non négligeable d'élèves) :

- addition : $3{,}15+2{,}3=5{,}18$ ;
- fausse égalité : $2{,}017=2{,}17$ ;
- multiplication par 10 : $5{,}7\times10=50{,}70$ ou $5{,}70$ ou $50{,}7$ ;
- carré d'un nombre décimal :
  → $0{,}3^2=0{,}9$ (règle d'action : $0^2=0$ et $3^2=9$ , virgule comme séparateur)
  (remarque, la règle d'action est valide pour $0{,}4^2$ ; ... ; $0{,}9^2$ ) ;
  → $2{,}5^2=4{,}25$ ; ... ;
- confusions dans les écritures : $\frac{230}{4}=230{,}4$
  (la virgule et la barre de fraction n'ont aucun sens, ce sont seulement des séparateurs) ;
- comparaison de décimaux : $5{,}17>5{,}2$ .

D'autres conceptions erronées existent, mais nous ne les mentionnerons pas ici.

Enfin, à cause du manque de temps pour mener à bien les séances sur ce concept si difficile à enseigner, des recettes sont souvent appliquées. (*cf.* travaux de J.-Y. Rochex).

## PROPOSITION DE PROGRESSION POUR LA CONSTRUCTION DU NOMBRE DÉCIMAL (2017)

ATTENTION : Cette progression ne se veut pas exhaustive. Ce ne sont que des étapes qui nous semblent fondamentales. Il est important de travailler ces notions sur un temps long (tout le cycle 3) et d'utiliser, chaque fois que nécessaire, le calcul mental, des exercices sur le langage et une représentation des fractions.

Tableau synaptique :

| **Situation** | **Niveau (durée)** | **Organisation - Matériel - Consigne** | **Nom de l'activité** |
|---|---|---|---|
| Bandes<br>bande unité | CM1<br>(50 *min*) | Voir descriptif – bandes unités – fiches A et B<br>Matériel : uniquement un stylo, pour chaque groupe. | Situation 1 CM1 bandes<br>Voir document explications. |
| Réinvestir le travail sur les bandes | 6e ou CM2 | Fiche avec les bandes + bande unité pour chaque élève<br>Matériel : uniquement un stylo pour écrire. | Situation 1 6e CM2 réactiver bandes |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Calcul mental | CM1 → 6e régulièrement | Donner 5 fractions à décomposer comme somme d'un entier et d'une fraction.<br>Exemple : $\frac{9}{4}=2+\frac{1}{4}$<br>Se justifie par « 9 quarts, c'est 4 quarts soit 1 unité puis encore 4 quarts, soit 1 unité supplémentaire, donc 2 unités entières, et encore 1 quart. Donc 9 quarts c'est 2 u + 1 quart »<br>(possibilité de raccourci avec 8 quarts = 2 fois 4 quarts, donc 2 unités).<br>Garder l'écriture en lettre de « quarts » si nécessaire. | Choix libre<br>On peut utiliser :<br>2- EXERCICES Décomposer une fraction.pdf |
| Langage | Dès CM1 | Petites questions rapides : comment nomme-t-on cette fraction ? Écrire avec le langage mathématique la fraction 5 tiers. | Choix libre |
| Demi-droite graduée | CM1 → 6e | 1- Construire sa demi-droite graduée (une partie)<br><br>Les élèves collent des bandes unités bout à bout pour obtenir un segment de 5 unités de longueur.<br>Question :<br>une puce A avance de quart en quart et atteint 5 quarts. Placer le point A pour situer cette puce sur la demi-droite graduée.<br>Les élèves ont à disposition un bande unité pour effectuer le pliage si nécessaire d'un quart.<br><br>Poursuivre avec d'autres fractions. Attention, ils doivent pouvoir plier la bande unité facilement. (prendre demis, quarts, huitièmes).<br>Exemples : $\frac{7}{4}$ ; $\frac{7}{2}$ ; ...<br><br>Défi : Placer $\frac{19}{4}$. C'est une variable didactique intéressante.<br>Limite au report de 19 fois 1 quart. Lever cet obstacle nécessite de passer par $\frac{19}{4}=4+\frac{3}{4}$.<br><br>On peut aussi donner des bandes unités déjà partagées en 5 parts égales, ... pour travailler avec d'autres fractions sur le même exercice.<br><br>2- Jeu : colorier des zones de largeurs différentes (unité, dixième, centième) avec des couleurs différentes.<br>Demander : dans quelle zone colorée se trouve la fraction $\frac{7}{4}$ ? ... | On peut utiliser la vidéo des fondamentaux sur Eduscol[1] |
| Représentation 2 : avec des aires | CM1 | Utiliser des surfaces circulaires ou rectangulaires.<br>On peut aussi travailler avec des triangles dans le cadre de problèmes pour chercher quelle fraction de l'aire est coloriée.<br><br>On peut proposer un problème où l'élève doit utiliser des représentations pour la résolution. On pourra faire une mise en commun avec diverses représentations et en montrer l'efficacité. | 3-exercices aires et problème.pdf (Exercices du manuel Transmath 6e) |
| Calcul mental | CM1 → 6e | Additions simples ou égalités simples.<br>ATTENTION aux écritures utilisées en fonction du niveau. | |
| Fractions décimales | CM1 | Faire remarquer que lorsque l'on partage en dix parts égales un dixième $\frac{1}{10}$ c'est aussi la fraction $\frac{1}{100}$.<br>Il est important de passer par les deux représentations privilégiées :<br>- bande partagée en dixièmes puis chaque dixième partagée de nouveau en dixième.<br>- carré unité partagé en 10 lignes et 10 colonnes.<br>Chaque ligne ou colonne représente 1 dixième du carré unité.<br>Puis chaque petit carré représente 1 dixième d'une rangée de 10 petits carrés.<br>OU représente 1 centième du carré unité. | Voir BILAN dixièmes centièmes avec représentations |
| FIN PREMIÈRE PARTIE SUR LES FRACTIONS SIMPLES ET LES FRACTIONS DÉCIMALES | | | |

1 https://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/discipline/mathematiques/nombres/les-fractions/les-fractions-sur-la-droite-graduee.html

| | | | |
|---|---|---|---|
| Écriture avec virgule | CM1 | Aucune recherche demandée à l'élève.<br>**C'est une convention exposée par l'enseignant.**<br>Attention : symétrie par rapport à l'unité et non par rapport à la virgule.<br>Pour aider les élèves à bien visualiser la place de chaque chiffre, on pourra utiliser le tableau de numération (pas de colonne spécifique pour la virgule).<br>→ éviter erreur de **type 1** | On peut s'inspirer de LEÇON – Nombres décimaux |
| Demi-droite graduée | CM1 | Même travail qu'avec les fractions mais avec les nombres écrits avec une virgule.<br>En 6ème, on utilise le vocabulaire abscisse d'un point. | |
| Jeux d'écritures | CM1 - CM2 | Passer d'une écriture à l'autre | Voir 4-EXERCICE différentes écritures.pdf<br>ET<br>Tache complexe 1.pdf<br>(transmath 6e - APMEP) |
| Représentation avec carré unité. | CM1 | Colorier 3,2 | |
| Comprendre sens | CM2 | La cible de Capmaths<br>Remarque : utiliser les millièmes | Voir cible capamaths |
| Opérations addition, soustraction (Résolution de problèmes) | CM2 | 3,2 + 0,8<br><br>On peut utiliser de nouveau les représentations demi-droite graduée ou les carrés. Cela aide l'élève à visualiser. | |
| ÉVALUATION DIAGNOSTIQUE | 6e | Proposée par l'IREM de Clermont Ferrand.<br>Permet de faire un état des lieux pour la suite en sixième. | Irem_Clermont_Ferrand_droites_graduees_decimaux |
| Comparaison de nombres décimaux | CM2 | Dans quelle bande colorée est le nombre 3,2 ?<br><br>Puis entre deux entiers, puis avec un chiffre après la virgule : 3,2 < 3,21 < 3,3<br><br>Utiliser le langage : plus près de …<br>3,21 est plus près de 3,2 que de 3,3.<br>Il y a 1 centième de plus. | |
| Proportionnalité | 6e | Coefficient linéaire décimal<br>Proposition de situation-problème : le puzzle de Brousseau.<br>Agrandissement : 4 → 6<br>Puis 5 → 6 | Voir puzzle de Brousseau (revue *Grand N* sur site IREM de Grenoble) |
| Multiplication | 6e | Situation<br>Demander de trouver les résultats des multiplications suivantes :<br>1) 16 x 0,5 → moitié de 16<br>2) 16 x 0,8 → 16 x 8 puis 10 fois plus petit<br>16 x 0,1 = 1,6 et 1,6 x 8<br>3) 0,8 est compris entre 0,5 et 1, plus près de 1<br>donc 16 x 0,8 est compris entre 16 x 0,5 et 16 x 1.<br>donc entre 8 et 16, et plus près de 16.<br><br>Une technique pour poser l'opération arrivera plus tard. | Voir ERMEL |

Remarques :
- les problèmes sont construits avec des grandeurs.
Or 2,50 € est vu comme 2 € et 50 cents.
Les élèves raisonnent avec les grandeurs et très rarement avec les nombres décimaux (mesures).
Exemple : 2 fois 2,50 € .

2 fois 2 € + 2 fois 50 cents = 4 € + 100 cents = 5 €.
Peu d'élèves vont faire 2 x 2,5 = 5 en pensant à 5 dixièmes + 5 dixièmes c'est 1 u.

- Attention dixième de dixième et non centième

- La calculatrice est un outil très pertinent pour les additions.
Exemple : « Vous n'avez le droit d'utiliser que les touches + , la virgule et les chiffres.
Affichez le nombre décimal 5,6.
Comment afficher, à partir de 5,6 , en utilisant des touches autorisées, le nombre 7 ? »

Puis on recommence avec d'autres valeurs.

Le cas : 5,24 + ... = 5,3 est très intéressant. Cela oblige les élèves à écrire le nombre 0,06 et non 0,6.
Enfin, la calculatrice permet à l'élève une rétroaction immédiate avec un contrôle du résultat.