

I. Relation de proportionnalité

1. Définition

- * Dire que deux grandeurs sont **proportionnelles** signifie que lorsqu'une grandeur est multipliée par un nombre quelconque, l'autre grandeur est multipliée par le même nombre.

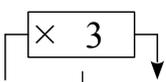
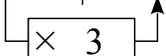
▶ On parle de **situation de proportionnalité** ou de **relation de proportionnalité**.

▶ Exemple :

On suppose que 4 L de peinture couvrent 10 m^2 de plafond.

$$3 \times 4\text{ L} = 12\text{ L} ; 3 \times 10\text{ m}^2 = 30\text{ m}^2.$$

Donc 12 L de peinture couvrent 30 m^2 de plafond.

			
<i>quantité de peinture</i>	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td style="width: 30px;">4 L</td> <td style="width: 30px;">12 L</td> </tr> </table>	4 L	12 L
4 L	12 L		
<i>surface peinte</i>	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td style="width: 30px;">10 m²</td> <td style="width: 30px;">30 m²</td> </tr> </table>	10 m ²	30 m ²
10 m ²	30 m ²		
			

2. Propriétés

- * Dans une situation de proportionnalité, lorsqu'on additionne des valeurs qui se correspondent, on obtient des valeurs qui se correspondent.

▶ Exemple avec la situation du 1. :

$$4\text{ L} + 8\text{ L} = 12\text{ L} ;$$

$$10\text{ m}^2 + 20\text{ m}^2 = 30\text{ m}^2.$$

Donc 12 L de peinture couvrent 30 m^2 de plafond.

				
<i>quantité de peinture</i>	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td style="width: 30px;">4 L</td> <td style="width: 30px;">8 L</td> <td style="width: 30px;">12 L</td> </tr> </table>	4 L	8 L	12 L
4 L	8 L	12 L		
<i>surface peinte</i>	<table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td style="width: 30px;">10 m²</td> <td style="width: 30px;">20 m²</td> <td style="width: 30px;">30 m²</td> </tr> </table>	10 m ²	20 m ²	30 m ²
10 m ²	20 m ²	30 m ²		
				

- * Dans une situation de proportionnalité, le quotient d'une grandeur par l'autre ne varie pas.

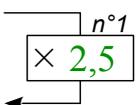
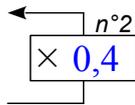
▶ Ce quotient est appelé **coefficient de proportionnalité**.

▶ Remarque : en fait, une situation de proportionnalité fait apparaître deux coefficients de proportionnalité.

▶ Exemple avec la situation du 1. :

$$4 \times 2,5 = 10 ; 8 \times 2,5 = 20 \text{ et } 12 \times 2,5 = 30.$$

$$10 \times 0,4 = 4 ; 20 \times 0,4 = 8 \text{ et } 30 \times 0,4 = 12.$$

<i>quantité de peinture</i>	4 L	8 L	12 L	
<i>surface peinte</i>	10 m ²	20 m ²	30 m ²	 

▶ Remarque : Les deux coefficients ont une unité !

• n°1 : $2,5\text{ m}^2/\text{L}$;

• n°2 : $0,4\text{ L}/\text{m}^2$.

II. Représentation graphique

* La représentation graphique d'une situation de proportionnalité est :

- une droite passant par l'origine O du repère

ou

- une demi-droite passant par l'origine O du repère

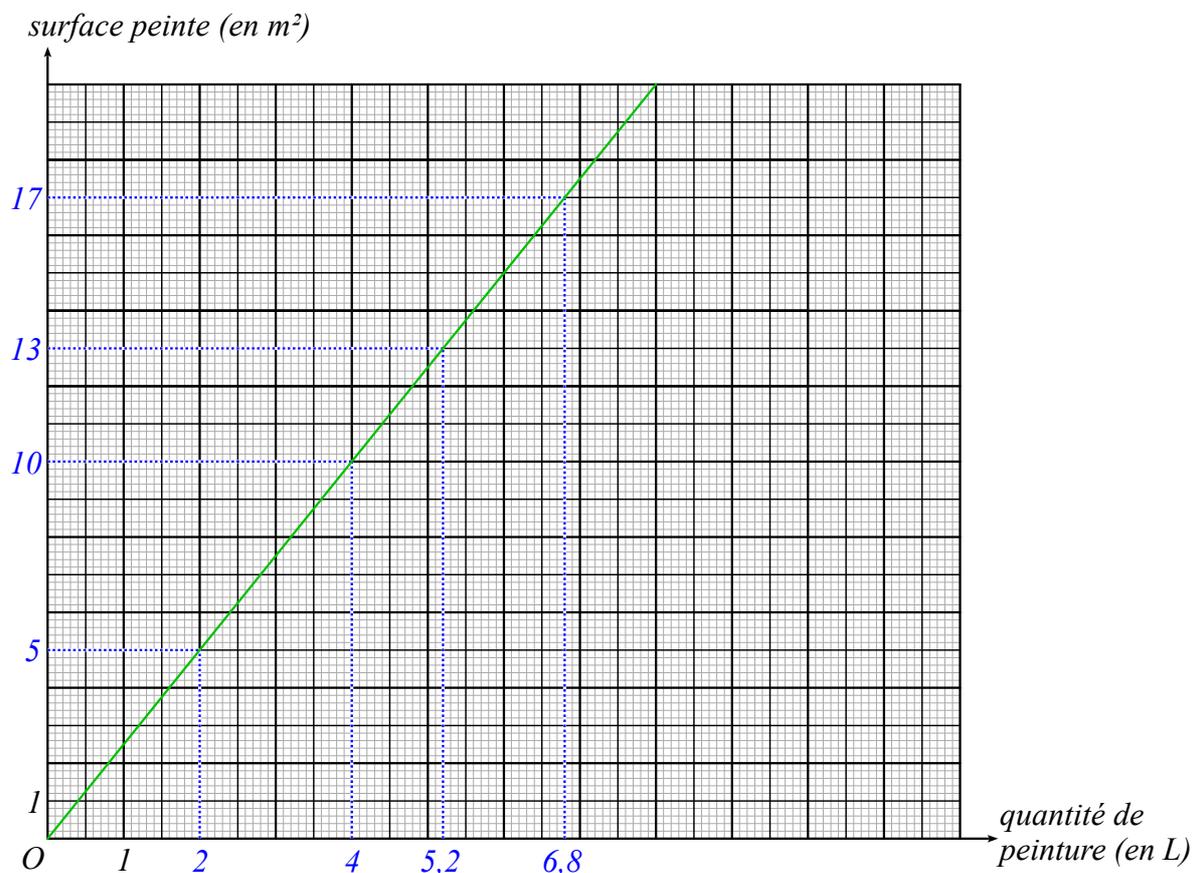
ou

- un ensemble de points alignés avec l'origine O du repère.

* La *réciproque* est également vraie : si une situation est représentée par une droite passant par l'origine O du repère, une demi-droite passant par l'origine O du repère ou un ensemble de points alignés avec l'origine O du repère, alors cette situation est une situation de proportionnalité

▶ Exemple avec la situation du **1.** :

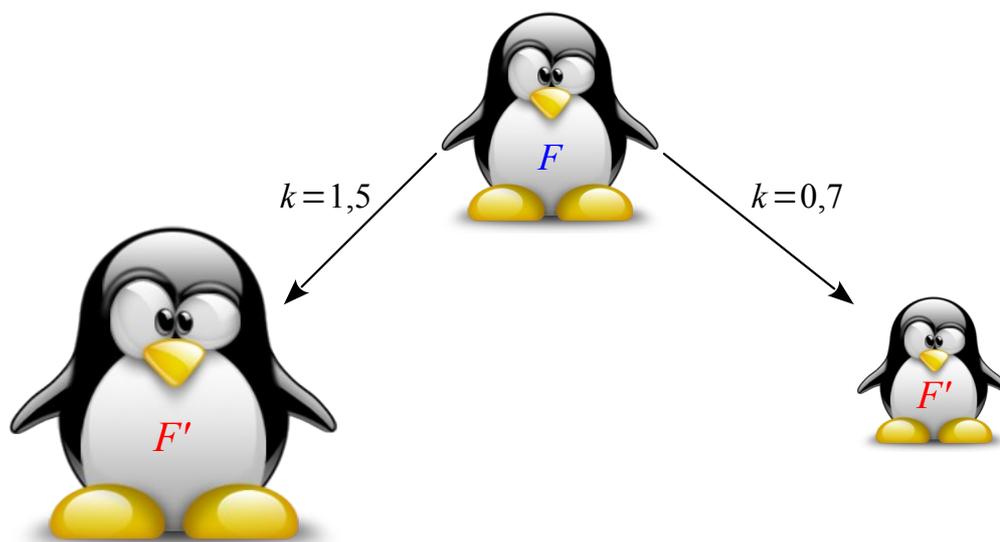
<i>quantité de peinture</i>	2 L	4 L	5,2 L	6,8 L	$\xrightarrow{\times 2,5}$	$\xrightarrow{\times 0,4}$
<i>surface peinte</i>	5 m ²	10 m ²	13 m ²	17 m ²	$\xleftarrow{\times 0,4}$	$\xleftarrow{\times 2,5}$



III. Agrandissement, réduction, échelle

1. Agrandissement et réduction

- * Lorsqu'on multiplie toutes les dimensions d'une figure F par un même nombre $k > 0$, on obtient un **agrandissement** ou une **réduction** F' de la figure F .
- ▶ Si $k > 1$, il s'agit d'un agrandissement. ▶ Si $k < 1$, il s'agit d'une réduction.



- * Le nombre k est appelé **rapport** de l'agrandissement (ou de la réduction).
 - ▶ Si $k = 1$, la figure F' est identique à la figure F , on a simplement reproduit la figure F .
 - ▶ Les dimensions de F' sont proportionnelles aux dimensions de F .
 - ▶ Les deux figures F et F' ont la même forme, c'est-à-dire que tous les angles sont conservés.

2. Échelle

- * Lorsqu'on cherche à représenter une situation réelle dans laquelle interviennent des dimensions très grandes ou très petites, on utilise une **échelle**.
 - ▶ L'échelle d'une représentation est donnée par la formule :

$$\text{échelle} = \frac{\text{dimensions sur la représentation}}{\text{dimensions réelles}}$$

- ▶ Schéma :



- ▶ Exemple : Sur une carte « Top 25 » de l'IGN, 1 cm sur la carte représente 250 m en réalité.
 - $250 \text{ m} = 250 \times 1 \text{ m} = 250 \times 100 \text{ cm} = 25\,000 \text{ cm}$
 - L'échelle s'écrit donc $\frac{1}{25\,000}$ ou 1 : 25 000