

I. Puissances de 10

1. Définition

* n est un nombre entier strictement positif ($n > 0$).

▶ exposant positif : $10^n = 10 \times \dots \times 10 = 10 \dots 0$ (se lit « 10 puissance n » ou « 10 exposant n »).


▶ exposant négatif : $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0,0 \dots 01$ (c'est l'inverse de 10^n).

* Cas particuliers :

▶ $10^1 = 10$.

▶ $10^0 = 1$.

▶ $10^{-1} = \frac{1}{10}$.

2. Propriétés - formules

* m et n sont des nombres entiers relatifs.

▶ $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$.

▶ $\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$.

* Remarques :

▶ $\frac{10^m}{10^n} = 10^m \times \frac{1}{10^n} = 10^m \times 10^{-n} = 10^{m+(-n)} = 10^{m-n}$.

▶ Si $m = n$, d'une part $\frac{10^m}{10^m} = 10^{m-m} = 10^0$ et d'autre part $\frac{10^m}{10^m} = 1$, on retrouve donc $10^0 = 1$.

3. Écriture scientifique

* L'écriture scientifique (ou notation scientifique) est

l'écriture de la forme $a \times 10^p$ (ou $-a \times 10^p$) avec p entier relatif et $1 \leq a < 10$.

▶ Exemples : • $18\,000 = 1,8 \times 10^4$

• $0,000\,052 = 5,2 \times 10^{-5}$

• $367 \times 10^6 = 3,67 \times 10^8$ (attention à ne pas inverser le raisonnement...)

II. Puissance entière d'un nombre relatif

1. Définition

- * a est un nombre relatif et n un nombre entier strictement positif ($n > 0$).
 - ▶ exposant positif : $a^n = a \times \dots \times a$ (se lit « a puissance n » ou « a exposant n »).
 - ▶ exposant négatif : $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a \times \dots \times a} = \frac{1}{a} \times \dots \times \frac{1}{a}$ (c'est l'inverse de a^n).
- * Cas particuliers :
 - ▶ si $n > 0$, $0^n = 0$. Attention, 0^0 n'existe pas.
 - ▶ $a^1 = \underline{\hspace{1cm}}$.
 - ▶ si $a \neq 0$, $a^0 = 1$.
 - ▶ si $a \neq 0$, $a^{-1} = \frac{1}{a}$ (c'est l'inverse de a).

2. Propriétés - formules

- * Produit et quotient de puissances :

a est un nombre relatif non nul ($a \neq 0$), m et n sont des nombres entiers relatifs.

 - ▶ $a^m \times a^n = a^{m+n}$.
 - ▶ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.
- * Puissance d'un produit, d'un quotient :

a et b sont deux nombres relatifs non nuls ($a \neq 0$ et $b \neq 0$),
 n est un nombre entier relatif.

 - ▶ $(a \times b)^n = (ab)^n = a^n \times b^n$.
 - ▶ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.
 - ▶ Exemples :
 - $(ab)^2 = a^2 \times b^2$ • $(ab)^3 = a^3 \times b^3$
 - $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$ • $\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a^3}{b^3}$
 - $20^3 = (2 \times 10)^3 = 2^3 \times 10^3 = 8 \times 1\,000 = 8\,000$
 - $5^4 \times 2^4 = (5 \times 2)^4 = 10^4 = 10\,000$
 - $\frac{12^3}{6^3} = \left(\frac{12}{6}\right)^3 = 2^3 = 8$
 - $0,07^2 = \left(\frac{7}{100}\right)^2 = \frac{7^2}{100^2} = \frac{49}{10\,000} = 0,0049$