I. Écriture fractionnaire des nombres relatifs

1. Quotients et fractions

* Le quotient de 4 par 5 est le nombre x tel que $5\times x=4$.

numérateur

On le note $\dfrac{4}{5}$ (écriture fractionnaire du quotient).

dénominateur

* Une fraction est une écriture fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont entiers.
* Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10 (1 ; 10 ; 100 ; 1 000 ; ...).

2. Règle des signes

* a et b sont deux nombres relatifs, avec $b\neq 0$,
  - L'opposé de $\dfrac{a}{b}$ est $-\dfrac{a}{b}$.
* On peut utiliser la règle des signes vue pour la multiplication :
  - $\dfrac{-a}{b}=\dfrac{a}{-b}=-\dfrac{a}{b}$ et $\dfrac{-a}{-b}=\dfrac{a}{b}$

+	par	+	donne	+
+	par	−	donne	−
−	par	+	donne	−
−	par	−	donne	+

* Remarque : on présente toujours un résultat avec le signe devant la fraction.

II. Quotients égaux - simplification

* Un quotient ne change pas lorsqu'on multiplie (ou lorsqu'on divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul*.

  *non nul : différent de zéro.
* a, b et k sont trois nombres quelconques (avec $b\neq 0$ et $k\neq 0$),
  - $\dfrac{a}{b}\underset{\times k}{\overset{\times k}{=}}\dfrac{a\times k}{b\times k}$ et $\dfrac{a\times k}{b\times k}\underset{\div k}{\overset{\div k}{=}}\dfrac{a}{b}$
* Exemples :
  - $\dfrac{1{,}6}{4}=\dfrac{1{,}6\times 10}{4\times 10}=\dfrac{16}{40}=\dfrac{2\times 8}{5\times 8}=\dfrac{2}{5}$
  - $\dfrac{30}{18}=\dfrac{5\times 6}{3\times 6}=\dfrac{5}{3}$
* Propriété :
  - Deux quotients sont égaux si et seulement si les produits en croix sont égaux.
  - a, b, c et d étant quatre nombres relatifs, $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ si et seulement si $a\times d=b\times c$.
* Une fraction qu'on ne peut pas simplifier est une fraction irréductible.

JC Salmon - jc.salmon.74@orange.fr

III. Applications

1. Produits en croix

* Dans une situation de proportionnalité, les produits en croix sont égaux.

  - Exemple :

    On suppose que 4 L de peinture couvrent $10\,m^2$.

    Quelle quantité de peinture faut-il pour couvrir $17\,m^2$?

quantité de peinture	$4\,L$	x
surface peinte	$10\,m^2$	$17\,m^2$

On nomme x la quantité de peinture cherchée : $4\times17=10\times x$, donc $x=\dfrac{4\times17}{10}=6{,}8\,L$.

Donc pour couvrir $17\,m^2$, il faut $6{,}8\,L$ de peinture.

2. Pourcentages

* Un nombre a représente t % d'un nombre b lorsque $\dfrac{a}{b}=\dfrac{t}{100}$,

  ou lorsque

a	t
b	100

représente une situation de proportionnalité.

* Conséquences :

  - **appliquer un pourcentage** : Si a représente t % de b, alors $a=\dfrac{t}{100}\times b$;

    Exemple : $15\,\%$ de $240\,m=\dfrac{15}{100}\times240=0{,}15\times240=36\,m$

  - **calculer un taux de pourcentage** : Si a représente t % de b, alors $t=\dfrac{a}{b}\times100$.

    Exemple :24 L représente un certain pourcentage de 96 L, quel est ce pourcentage ?

    $\dfrac{24}{96}\times100=0{,}25\times100=25$; 24 L représente donc 25 % de 96 L.

3. Vitesse moyenne

* Si un mobile parcourt une distance d en un temps t, sa vitesse moyenne sur le parcours est donnée par la formule $v=\dfrac{d}{t}$.

* Unités courantes : km/h (kilomètres par heure),
  m/s (mètres par seconde),
  km/s (kilomètres par seconde).

* Remarques :

  - on en déduit deux autres formules : $d=vt$ et $t=\dfrac{d}{v}$;

  - attention à la compatibilité des unités...

* On dit que le mouvement est uniforme lorsque la distance d parcourue est proportionnelle au temps t écoulé, on dit aussi dans ce cas que « la vitesse est constante ».

JC Salmon - jc.salmon.74@orange.fr