I. Critères de divisibilité

Un nombre **entier** est divisible par	lorsque
2	son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8 (le nombre est pair).
3	la somme de ses chiffres est divisible par 3.
5	son chiffre des unités est 0 ou 5.
9	la somme de ses chiffres est divisible par 9.
10	son chiffre des unités est 0.

∗ Exemple : 18 est divisible par 6 et par 9.

On dit que : • 18 est un multiple de 6 et de 9,

• 6 et 9 sont des diviseurs de 18.

II. Quotient de nombres entiers

1. Définition, vocabulaire

∗ Le nombre manquant dans l'égalité $7 \times \boxed{} = 42$ est appelé quotient de 42 par 7.

C'est par définition le résultat de la division $42 \div 7$.

numérateur

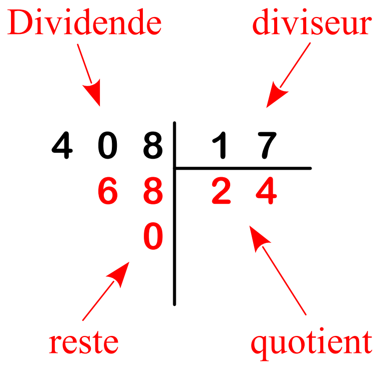
On le note $\frac{42}{7}$ (écriture fractionnaire du quotient).

dénominateur

Dans cet exemple, le quotient est égal à 6 : $\frac{42}{7} = 42 \div 7 = 6$

usage commercial avec accord de l'auteur

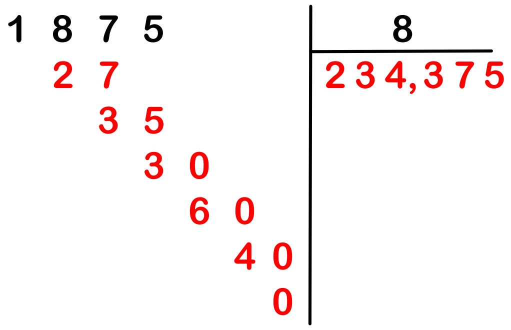
2. Divisions exactes



• ordre de grandeur : $17 \times 10 < 408 < 17 \times 100$.

• égalités : $408 = 17 \times 24$ et $\dfrac{408}{17} = 24$

• Dans cet exemple, le quotient est un nombre entier.



• ordre de grandeur : $8 \times 100 < 1\,875 < 8 \times 1\,000$.

• égalités : $1\,875 = 8 \times 234{,}375$ et $\dfrac{1875}{8} = 234{,}375$

• Dans cet exemple, le quotient n'est pas entier.

• Ces divisions « se terminent » (le dernier reste est nul).

• Ce sont des divisions exactes, on obtient un quotient exact.

• On peut donc écrire une égalité.

usage commercial avec accord de l'auteur

3. Approximations décimales d'un quotient

$$\begin{array}{l|l} 6\ 7 & 1\ 3 \\ \cline{2-2} \ \ 2\ 0 & 5,1\,5\,3 \\ \quad\ \ 7\ 0 & \\ \qquad\ 5\ 0 & \\ \qquad\ 1\ 1 & \end{array}$$

• ordre de grandeur : $13 \times 1 < 67 < 13 \times 10$.

• approximation : $\dfrac{67}{13} \approx 5,15$

• encadrements :

à l'unité : $5 < \dfrac{67}{13} < 6$ ou $13 \times 5 < 67 < 13 \times 6$

au dixième : $5,1 < \dfrac{67}{13} < 5,2$ ou $13 \times 5,1 < 67 < 13 \times 5,2$

au centième : $5,15 < \dfrac{67}{13} < 5,16$ ou $13 \times 5,15 < 67 < 13 \times 5,16$

$$\begin{array}{l|l} 2\ 2 & 7 \\ \cline{2-2} \ \ 1\ 0 & 3,1\,4\,2 \\ \quad\ \ 3\ 0 & \\ \qquad\ 2\ 0 & \\ \qquad\quad\ 6 & \end{array}$$

• ordre de grandeur : $7 \times 1 < 22 < 7 \times 10$.

• approximation : $\dfrac{22}{7} \approx 3,14$

• encadrements :

à l'unité : $3 < \dfrac{22}{7} < 4$ ou $7 \times 3 < 22 < 7 \times 4$

au dixième : $3,1 < \dfrac{22}{7} < 3,2$ ou $7 \times 3,1 < 22 < 7 \times 3,2$

au centième : $3,14 < \dfrac{22}{7} < 3,15$ ou $7 \times 3,14 < 22 < 7 \times 3,15$

• Ces divisions « ne se terminent pas » (on ne trouve jamais de reste nul).

• On obtient des approximations décimales du quotient.

• On ne peut pas écrire d'égalité, mais des encadrements entre
une approximation décimale par défaut et
une approximation décimale par excès.

• Remarque : ni $\dfrac{67}{13}$ ni $\dfrac{22}{7}$ ne sont des nombres décimaux.

usage commercial avec accord de l'auteur

4. Division euclidienne

⁎ On dit qu'on effectue la division euclidienne de 149 par 6 lorsque le quotient est le plus grand **entier** qui répond à la question « dans 149, combien de fois 6 ».

Dividende diviseur

$$\begin{array}{r|l} 1\;4\;9 & \underline{\;\;6\;\;\;\;} \\ 2\;9 & 2\;4 \\ 5 & \end{array}$$

reste quotient euclidien

- ordre de grandeur : $6\times10<149<6\times100$.
- égalité : $149=6\times24+5$ avec $5<11$

Le reste est plus petit que le diviseur.

$$\begin{array}{r|l} 3\;8\;8 & \underline{\;\;8\;\;\;\;} \\ 5\;8 & 4\;7 \\ 3 & \end{array}$$

- ordre de grandeur : $8\times10<388<8\times100$
- égalité : $388=8\times47+3$ avec $3<8$

$$\begin{array}{r|l} 5\;6\;0\;8 & \underline{\;2\;7\;\;\;} \\ 2\;0\;\;\; & 2\;0\;7 \\ 2\;0\;8 & \\ 1\;9 & \end{array}$$

- ordre de grandeur : $27\times100<5\,608<27\times1\,000$
- égalité : $5\,608=27\times207+19$ avec $19<27$

usage commercial avec accord de l'auteur