I. Nombres relatifs

1. Addition

* Pour additionner deux nombres relatifs de même signe,
  - on additionne les dàz,
  - le signe est le signe commun des deux nombres.

* Exemples :
  - $(+6)+(+7)=+13$
  - $(-4)+(-5)=-9$

* Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires,
  - on soustrait les dàz,
  - le signe est celui du nombre qui a la pus grande dàz.

* Exemples :
  - $(-3)+(+8)=+5$
  - $(-9)+(+4)=-5$
  - $(+5)+(-7)=-2$
  - $(+9)+(-2)=+7$

2. Soustraction

* Soustraire un nombre relatif revient à additionner son opposé.
* a et b sont deux nombres relatifs quelconques.
  - L'opposé de b est noté $opp(b)$ ou $-b$ (que b soit un nombre positif ou négatif), par exemple $opp(+2)=-(+2)=-2$ et $opp(-5)=-(-5)=+5$.
  - La règle de calcul précédente s'écrit :
    $a-b=a+opp(b)$ ou $a-b=a+(-b)$
* On appelle somme algébrique, indifféremment :
  - une suite d'additions et de soustractions.
  - une somme de nombres relatifs.

3. Multiplication

* Pour multiplier deux nombres relatifs,
  - on multiplie les dàz,
  - le signe est donné par la règle des signes :

+	par	+	donne	+
+	par	−	donne	−
−	par	+	donne	−
−	par	−	donne	+

* Cas particuliers : quel que soit le nombre a,
  - $0\times a=a\times 0=0$,
  - $1\times a=a\times 1=a$,
  - $-1\times a=a\times(-1)=-a$.
* Remarque : le signe d'un produit dépend de la *parité* du nombre de facteurs négatifs .

II. Fractions et quotients

1. Addition, soustraction

* Pour additionner (ou soustraire) deux fractions **de même dénominateur**, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on conserve le dénominateur commun.
  - a, b et c étant trois nombres quelconques (avec $b \neq 0$),
    - $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$ et $\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$
  - Ne pas oublier de simplifier la fraction obtenue si c'est possible.
* Si les dénominateurs ne sont pas les mêmes, il faut écrire les fractions avec le même dénominateur avant de les additionner (ou de les soustraire).
* Exemples : $\frac{3}{8}+\frac{7}{8}=\frac{3+7}{8}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$ $\frac{1}{4}-\frac{5}{6}=\frac{3}{12}-\frac{10}{12}=\frac{3-10}{12}=\frac{-7}{12}=-\frac{7}{12}$

1. Multiplication d'un nombre par une fraction

* Pour multiplier un nombre par une fraction, on multiplie le nombre par le numérateur et on conserve le dénominateur.
  - a, b et c sont trois nombres quelconques (avec $b \neq 0$), $\frac{a}{b}\times c=c\times\frac{a}{b}=\frac{a\times c}{b}$
  - Ne pas oublier de simplifier la fraction obtenue si c'est possible.
* Exemples :
  - $3\times\frac{-5}{12}=-\frac{3\times5}{12}=-\frac{3\times5}{3\times4}=-\frac{5}{4}$ $\frac{7}{18}\times12=\frac{7\times12}{18}=\frac{7\times2\times6}{3\times6}=\frac{7\times2}{3}=\frac{14}{3}$

2. Multiplication de deux fractions

* Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et on multiplie les dénominateurs entre eux.
  - a, b, c et d sont quatre nombres quelconques (avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$),
    - $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$
  - Ne pas oublier de simplifier la fraction obtenue si c'est possible.
* Exemple : $\frac{4}{9}\times\frac{63}{10}=\frac{4\times63}{9\times10}=\frac{2\times2\times7\times9}{9\times2\times5}=\frac{2\times7}{5}=\frac{14}{5}$

3. Division

* L'inverse d'un nombre a non nul est $\frac{1}{a}$; l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.
* Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.
* Exemple : $\frac{21}{25}\div\frac{7}{10}=\frac{21}{25}\times\frac{10}{7}=\frac{21\times10}{25\times7}=\frac{7\times3\times5\times2}{5\times5\times7}=\frac{6}{5}$

III. Puissances

1. Puissances de 10 - écriture scientifique

∗ n est un nombre entier strictement positif ($n>0$).

▸ exposant positif : $10^n = \underbrace{10\times\ldots\times10}_{n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{0\ldots0}_{n \text{ zéros}}$ (se lit « 10 exposant n » ou « 10 puissance n »).

(n est l'exposant.)

▸ exposant négatif : $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0,\underbrace{0\ldots01}_{n \text{ chiffres}}$ (c'est l'inverse de 10^n).

∗ Cas particuliers :

▸ $10^1 = 10$. ▸ $10^0 = 1$. ▸ $10^{-1} = \frac{1}{10}$.

∗ L'écriture scientifique (ou notation scientifique) est l'écriture de la forme $a\times10^p$ (ou $-a\times10^p$) avec p entier relatif et $1\leqslant a<10$.

▸ Exemples : • $18\,000 = 1,8\times10^4$ • $367\times10^6 = 3,67\times10^8$
• $0,000\,052 = 5,2\times10^{-5}$ • $457\times10^{-7} = 4,57\times10^{-5}$
(attention à ne pas inverser le raisonnement…)

∗ Préfixes utilisés avec les unités :

giga			méga			kilo	hecto	déca		déci	ceni	milli			micro			nano
G			M			k	h	da		d	c	m			µ			n
$\times10^9$			$\times10^6$			$\times10^3$	$\times10^2$	$\times10$		$\times10^{-1}$	$\times10^{-2}$	$\times10^{-3}$			$\times10^{-6}$			$\times10^{-9}$

▸ Exemples : • $5\,\text{cm} = 5\times10^{-2}\,\text{m}$ (longueur) • $3,5\,\text{GHz} = 3,5\times10^9\,\text{Hz}$ (fréquence)
• $0,8\,\text{MW} = 8\times10^5\,\text{W}$ (puissance) • $75\,\text{cL} = 7,5\times10^{-1}\,\text{L}$ (capacité)
• $6\,\text{dg} = 6\times10^{-1}\,\text{g}$ (masse) • $30\,\text{mA} = 3\times10^{-2}\,\text{A}$ (intensité)

Propriétés - formules

∗ m et n sont des nombres entiers relatifs.

▸ $10^m\times10^n = 10^{m+n}$.

▸ $\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$.

∗ Remarques :

▸ $\frac{10^m}{10^n} = 10^m\times\frac{1}{10^n} = 10^m\times10^{-n} = 10^{m+(-n)} = 10^{m-n}$.

▸ Si $m=n$, d'une part $\frac{10^m}{10^m} = 10^{m-m} = 10^0$ et d'autre part $\frac{10^m}{10^m} = 1$, on retrouve donc $10^0 = 1$.

2. Puissance entière d'un nombre relatif

∗ a est un nombre relatif et n un nombre entier strictement positif ($n>0$).

- exposant positif : $a^n = a\times\ldots\times a$ (se lit « a puissance n » ou « a exposant n »).
- exposant négatif : $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} = \dfrac{1}{a\times\ldots\times a} = \dfrac{1}{a}\times\ldots\times\dfrac{1}{a}$ (c'est l'inverse de a^n).

∗ Cas particuliers :

- si $n>0$, $0^n = 0$. Attention, 0^0 n'existe pas.
- $a^1 =$ __.
- si $a\neq 0$, $a^0 = 1$.
- si $a\neq 0$, $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$ (c'est l'inverse de a).

Propriétés - formules

∗ Produit et quotient de puissances :

a est un nombre relatif non nul ($a\neq 0$), m et n sont des nombres entiers relatifs.

- $a^m\times a^n = a^{m+n}$.
- $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

∗ Puissance d'un produit, d'un quotient :

a et b sont deux nombres relatifs non nuls ($a\neq 0$ et $b\neq 0$),
n est un nombre entier relatif.

- $(a\times b)^n = (ab)^n = a^n\times b^n$.
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$.
- Exemples :
  - $(ab)^2 = a^2\times b^2$
  - $(ab)^3 = a^3\times b^3$
  - $\left(\dfrac{a}{b}\right)^2 = \dfrac{a^2}{b^2}$
  - $\left(\dfrac{a}{b}\right)^3 = \dfrac{a^3}{b^3}$
  - $20^3 = (2\times 10)^3 = 2^3\times 10^3 = 8\times 1\,000 = 8\,000$
  - $5^4\times 2^4 = (5\times 2)^4 = 10^4 = 10\,000$
  - $\dfrac{12^3}{6^3} = \left(\dfrac{12}{6}\right)^3 = 2^3 = 8$
  - $0{,}07^2 = \left(\dfrac{7}{100}\right)^2 = \dfrac{7^2}{100^2} = \dfrac{49}{10\,000} = 0{,}0049$