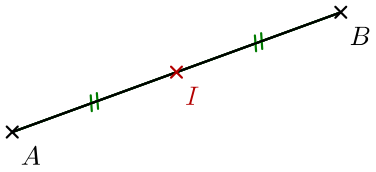
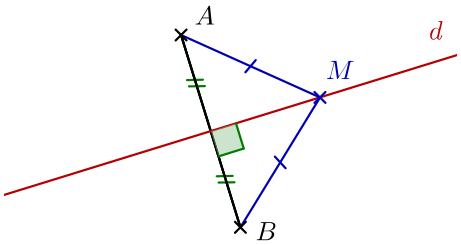
I. Symétries

1. Milieu, médiatrice d'un segment

* Le milieu d'un segment est le point du segment qui est équidistant des extrémités du segment.

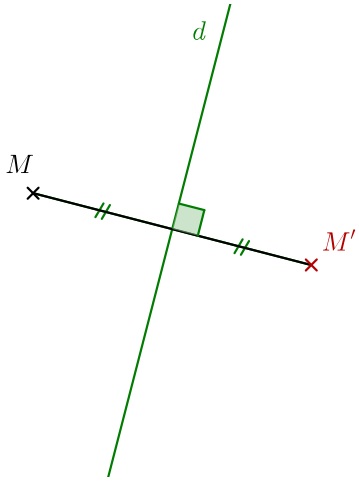


* La médiatrice d'un segment est la droite qui est perpendiculaire au segment en son milieu.
* Propriétés : Soit d la médiatrice du segment $[AB]$.
  - Si $M \in d$, alors $MA = MB$.
  - Si $MA = MB$, alors $M \in d$.



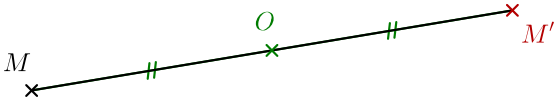
2. Symétrie axiale orthogonale

* Deux points M et M' sont symétriques par rapport à une droite d lorsque la droite d est la médiatrice du segment $[MM']$.
* La symétrie orthogonale conserve les longueurs, les angles (donc les alignements) et les aires.



3. Symétrie centrale

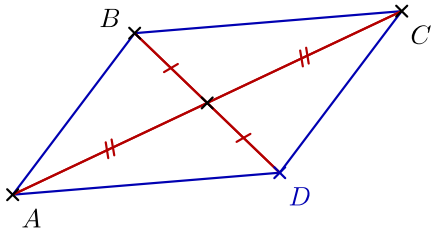
* Deux points M et M' sont symétriques par rapport à un point O lorsque le point O est le milieu du segment $[MM']$.
* La symétrie centrale conserve les longueurs, les angles (donc les alignements) et les aires, et deux droites symétriques sont _____ .



II. Translation

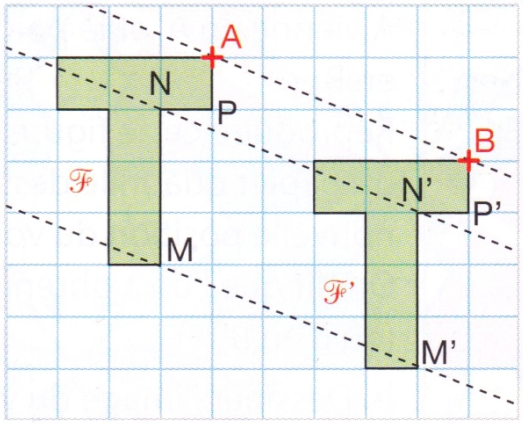
1. Parallélogramme

* Un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu.
* $ABCD$ est un parallélogramme lorsque $(AB)//(DC)$ et $(AD)//(BC)$; les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur



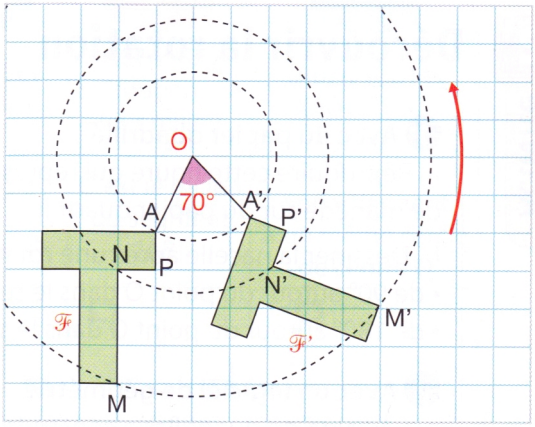
usage commercial avec accord de l'auteur

2. Translation



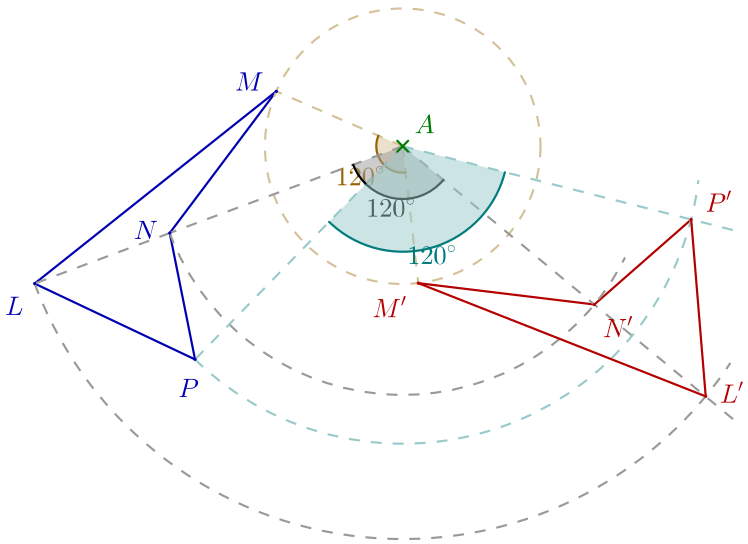
* La translation qui transforme A en B est un « glissement rectiligne » :
  - qui suit la direction de la droite (AB),
  - dans le sens « de A vers B »,
  - de longueur AB.
* La figure F' est l'image de la figure F par la translation qui transforme A en B.
* M' est l'image de M par la translation qui transforme A en B lorsque $ABM'M$ est un parallélogramme.
* Une translation conserve les longueurs, les angles (donc les alignements) et les aires.

III. Rotation



* La figure F' est l'image de la figure F par la rotation :
  - de centre O
  - et d'angle 70° dans le sens anti-horaire.
* M' est l'image de M par la rotation de centre O et d'angle α dans le sens horaire (ou anti-horaire) lorsque :
  - $OM' = OM$
  - $\widehat{MOM'} = \alpha$
  - le sens de M vers M' sur cercle de centre O est le sens horaire (ou anti-horaire).
* Remarque : La rotation de centre O et d'angle 180° est la symétrie de centre O.
* Une rotation conserve les longueurs, les angles (donc les alignements) et les aires.

▸ Exemple : construire l'image du quadrilatère $LMNP$ par la rotation de centre A et d'angle $120°$ dans le sens anti-horaire.



usage commercial avec accord de l'auteur

IV. Homothétie

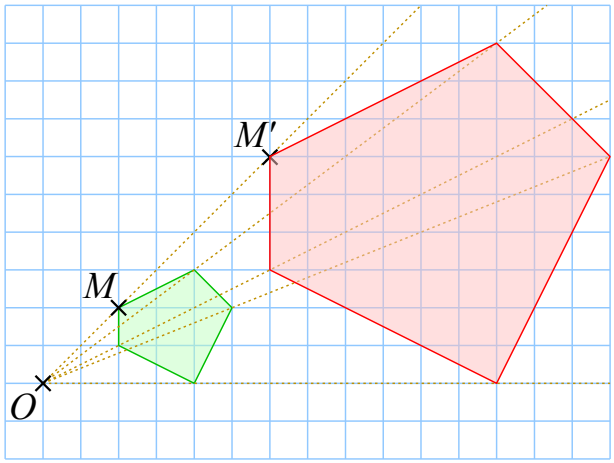
• Une homothétie de centre O et de rapport k (k étant un nombre relatif non nul) est un agrandissement ou une réduction « à partir du point O ».

• On distingue deux cas : $k>0$ et $k<0$:

$k>0$: exemples

homothétie de centre O et de rapport 3

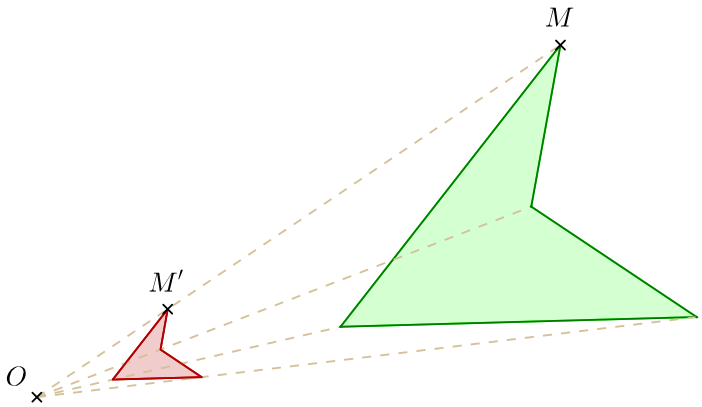
$OM' = ____ \times OM$



---

homothétie de centre O et de rapport 0,25 (ou $\frac{1}{4}$)

$OM' = ____ \times OM$

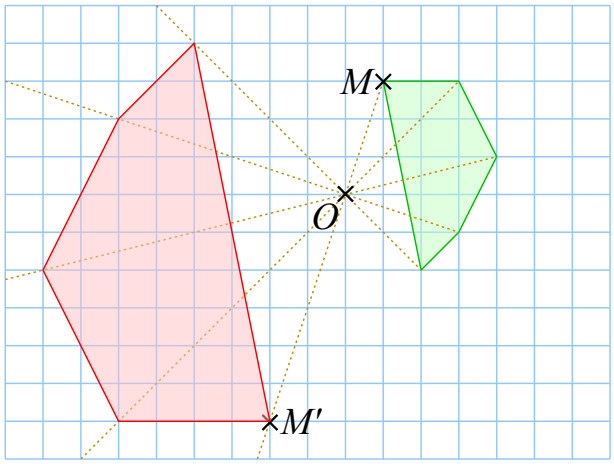


M et M' sont _____ .

$k<0$: exemples

homothétie de centre O et de rapport -2

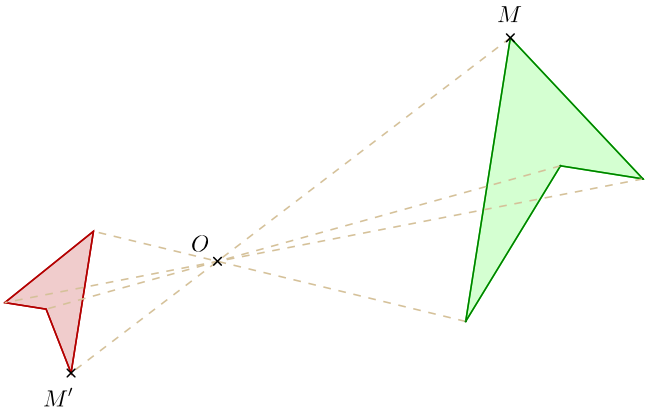
$OM' = ____ \times OM$



---

homothétie de centre O et de rapport $-0,5$ (ou $-\frac{1}{2}$)

$OM' = ____ \times OM$



M et M' sont _____ .

• Remarques :

  • Dans une homothétie de centre O, l'image de O est O lui-même ; On dit que O est *invariant*.

  • Une homothétie est un agrandissement lorsque $k<-1$ ou $k>1$.

  • Une homothétie est une réduction lorsque $-1<k<1$.

  • Si $k=1$, tous les points du plan sont invariants.

  • L'homothétie de centre O et de rapport -1 est la symétrie de centre O.

• Une homothétie conserve les angles (donc les alignements) ; une droite et son image sont parallèles.

usage commercial avec accord de l'auteur