I. Distributivité simple

1. Formule(s)

- La formule de base de la distributivité est, k, a et b étant trois nombres quelconques :

DÉVELOPPER $\longrightarrow$

$$k\times(a+b)=\underbrace{k\times a}_{(1)}+\underbrace{k\times b}_{(2)}$$

$\longleftarrow$ FACTORISER

- Développer, factoriser
  - La *forme* de gauche est la **<u>forme factorisée</u>**, où le **<u>facteur commun</u>** k est **<u>en facteur</u>**. La forme factorisée est un produit (produit de k par une somme)
  - La forme de droite est la **<u>forme développée</u>**, on a distribué k. La forme développée est une somme (somme de deux produits, k apparaissant dans chaque produit).
  - **<u>Développer</u>** consiste à transformer un produit en somme.
  - **<u>Factoriser</u>** consiste à transformer une somme en produit.
- Remarque :
  - En remplaçant b par $-b$, on obtient une deuxième formule : $k\times(a-b)=k\times a-k\times b$

    (il n'est donc pas nécessaire d'apprendre cette deuxième formule)

2. Exemples

- $9\left(n+\frac{2}{5}\right)$

Ici, $k=9$, $a=n$ et $b=\frac{2}{5}$.

$$9\left(n+\frac{2}{5}\right)$$
$$=9\times n+9\times\frac{2}{5}$$
$$=9n+\frac{18}{5}$$ (on n'oublie pas de réduire)

- $5(3-x)-x(x+2)$

Ici, on ajoute deux formes factorisées :
$k_1=5$, $a_1=3$ et $b_1=-x$,
et $k_2=-x$, $a_2=x$ et $b_2=2$.

$$5(3-x)-x(x+2)$$
$$=5\times 3-5\times x-x\times x-x\times 2$$
$$=15-5x-x^2-2x$$
$$=-x^2-7x+15$$

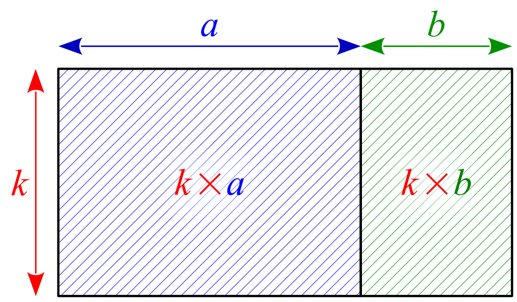
(on réduit et on ordonne : d'abord les termes en x^2, puis les termes en x, puis les nombres)

3. Point de vue géométrique

Le grand rectangle a pour longueur $(a+b)$ et pour largeur k, son aire est donc $k\times(a+b)$.

Les aires des rectangles bleu et vert sont $k\times a$ et $k\times b$.

La figure illustre donc que $k\times(a+b)=k\times a+k\times b$.



II. Double distributivité

1. Formule(s)

- a, b, c et d sont quatre nombres quelconques.

$$(a+b)(c+d)=\underbrace{a\times c}_{(1)}+\underbrace{a\times d}_{(2)}+\underbrace{b\times c}_{(3)}+\underbrace{b\times d}_{(4)}$$

- Remarques : (ces quatre formules ne sont pas à connaître)
  - Si on remplace b par $-b$, on obtient : $(a-b)(c+d)=ac+ad-bc-bd$
  - Si on remplace d par $-d$, on obtient : $(a+b)(c-d)=ac-ad+bc-bd$
  - Si on remplace b par $-b$ et d par $-d$, on obtient : $(a-b)(c-d)=ac-ad-bc+bd$

2. Exemples

- $(x+7)(5-x)$

Ici, $a=x$, $b=7$, $c=5$ et $d=-x$.

$(x+7)(5-x)$
$=x\times 5+x\times(-x)+7\times 5+7\times(-x)$
$=5x-x^2+35-7x$
$=-x^2-2x+35$

- $-6(x-2)(3x+5)$

On laisse $k=-6$ en facteur, et on développe en considérant que $a=x$, $b=-2$, $c=3x$ et $d=5$.

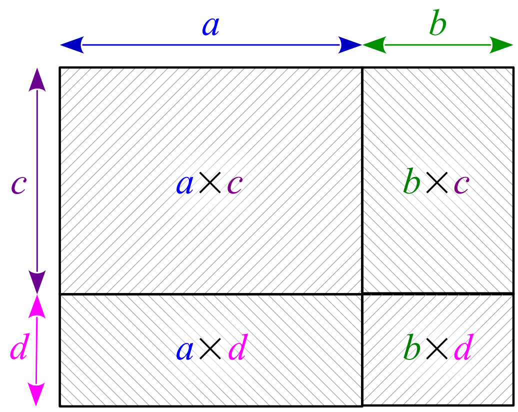
$-6(x-2)(3x+5)$
$=-6[x\times 3x+x\times 5-2\times 3x-2\times 5]$
$=-6[3x^2+5x-6x-10]$
$=-6[3x^2-x-10]$
$=-6\times 3x^2-6\times(-x)-6\times(-10)$
$=-18x^2+6x+60$

3. Point de vue géométrique

Le grand rectangle a pour longueur $(a+b)$ et pour largeur $(c+d)$, son aire est donc $(a+b)(c+d)$.

Les aires des petits rectangles $a\times c$, $a\times d$, $b\times c$ et $b\times d$.

La figure illustre donc la formule :
$(a+b)(c+d)=a\times c+a\times d+b\times c+b\times d$.



4. Cas particuliers : les identités remarquables

- Il y a trois identités remarquables, une seule est réellement au programme (la 3e), mais si vous les connaissez toutes, c'est mieux.
  - $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
  - $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
  - $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
  - $(\blacktriangle+\blacksquare)^2=\blacktriangle^2+2\times\blacktriangle\times\blacksquare+\blacksquare^2$
  - $(\blacktriangle-\blacksquare)^2=\blacktriangle^2-2\times\blacktriangle\times\blacksquare+\blacksquare^2$
  - $(\blacktriangle+\blacksquare)(\blacktriangle-\blacksquare)=\blacktriangle^2-\blacksquare^2$

- Elles se démontrent facilement, nous l'avons fait en exercice
  - $(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$,
  - $(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab-ab+b^2=a^2-2ab+b^2$,
  - $(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2$.
- Elles permettent :
  - de développer plus rapidement certaines expressions,
  - de factoriser certaines expressions dans lesquelles on ne parvient pas à identifier un facteur commun.
- Exemples de factorisations :

• $4x^2-49$

Cette expression ressemble à la 3e identité remarquable,

- $a^2=4x^2$ donne $a=2x$,
- $b^2=49$ donne $b=7$.

Alors $4x^2-49=a^2-b^2$,

donc $4x^2-49=(2x+1)(2x-1)$.

• $9x^2-12x+4$

Cette expression ressemble à la 2e identité remarquable,

- $a^2=9x^2$ donne $a=3x$,
- $b^2=4$ donne $b=2$,
- on vérifie $2ab=2\times3x\times2=12x$.

Alors $9x^2-12x+4=a^2-2ab+b^2$,

donc $9x^2-12x+4=(3x-2)^2$.